

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI LECCE

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

CORSO DI LAUREA IN FISICA

TESI DI LAUREA

**GRAVITATIONAL LENSING:
SIMULAZIONE DI EVENTI IN
DIREZIONE DELLA GALASSIA DI
ANDROMEDA**

Relatori:

Prof. FRANCESCO STRAFELLA

Dott.ssa LORETTA CAMPEGGIO

Candidato:

ANTONIO FILOGRANA

Anno Accademico 2001-2002

Indice

Introduzione	3
1 Lensing, microlensing e pixel lensing	6
1.1 Breve storia del lensing gravitazionale	7
1.2 Lensing	8
1.3 Microlensing	12
1.3.1 Variabilità della brillantezza stellare	16
1.4 Pixel lensing	22
1.4.1 Il rivelatore	24
1.4.2 Probabilità di evento e scelta del “target”	25
1.4.3 Scelta del telescopio	29
2 Criteri e parametri per le simulazioni	32
2.1 CCD e caratterizzazione delle immagini acquisite	33
2.1.1 Il campionamento delle immagini	36
2.2 Backgrounds	39
2.2.1 La brillantezza superficiale di M31	40
2.2.2 Fondo variabile	45
2.2.3 Fondo dovuto alle stelle “fisse”	48
2.3 Generazione degli eventi	50
2.3.1 Simulazione di Monte Carlo	53
2.3.2 Il seeing	58

2.4	Allineamento geometrico	65
2.4.1	Trasformazioni affini	68
3	Risultati ottenuti per il campo di M31	75
3.1	Utilizzazione delle previsioni del modello teorico	76
3.2	Considerazioni sul rumore nelle immagini	81
3.3	Serie di immagini generate	83
4	Appendice	92
	Bibliografia	127
	Ringraziamenti	128

Introduzione

Uno dei temi più dibattuti ed attuali nella ricerca astrofisica è legato alla presenza ed alla natura della materia oscura. È infatti ben fondata, anche col conforto di una grande quantità di osservazioni convergenti, l'idea che a scale galattiche o di ammassi di galassie il contenuto di materia del nostro Universo sarebbe dominato da una componente massiccia non luminosa, e quindi non rilevabile in maniera diretta, detta appunto “materia oscura”.

Il dibattito iniziale che era orientato a stabilire se le evidenze osservative della sua esistenza fossero sufficienti o no per affermare l'effettiva presenza, è oggi mutato nel dibattito sulla natura di questa stessa materia oscura.

Due ipotesi principali si contendono a tutt'oggi il favore dei ricercatori: 1) che la materia oscura sia costituita da particelle stabili, ipotizzate sulla base di teorie supersimmetriche delle particelle elementari, che rappresentano i prodotti residui dell'era primordiale di formazione dell'universo; 2) che si tratti invece di materia ordinaria (barionica) fredda e quindi non facilmente rivelabile all'osservazione. Le più recenti discussioni, svoltesi specialmente in ambito cosmologico su questi temi, tendono a suggerire che sarebbe possibile che sia l'una che l'altra componente siano contemporaneamente presenti anche se con diversi contributi relativi alla massa oscura totale.

Appare quindi interessante poter determinare attraverso osservazioni mirate l'entità dei due contributi per confrontarli poi con le previsioni delle teorie cosmologiche. In quest'ottica sono stati approntati diversi tentativi per “misurare”, seppure attraverso misure indirette, gli effetti di queste due

componenti.

Una delle ipotesi agganciate alla presenza di materia barionica è che le galassie possano anche contenere una popolazione di oggetti, finora non visti direttamente, costituita da due possibili famiglie che potremmo sbrigativamente definire “stelle mancate” e/o “stelle consumate”.

La possibile presenza di stelle mancate è giustificata se si pensa che il processo di formazione stellare è sempre stato osservato come un fenomeno collettivo in cui moltissime stelle di diverse masse si vanno formare quasi contemporaneamente in una certa regione di spazio. Siccome per poter accendere le reazioni nucleari di conversione dell'idrogeno in elio le masse devono superare un certo limite inferiore (circa 0.07 masse solari) è ragionevole pensare che tutte le condensazioni protostellari che non superino tale limite siano destinate a formare al più dei pianeti del tipo di Giove. Questi rimangono inerti dal punto di vista della produzione di energia nucleare, e quindi non brillano nel cielo ma purtroppo contribuiscono alla massa della galassia.

Al limite opposto della evoluzione stellare vi sono poi le stelle “vecchie” che, una volta liberatesi degli strati superficiali attraverso eventi più o meno eruttivi (supernovae, novae, venti stellari), vanno a perdere lentamente la loro capacità di emettere luce fino a diventare invisibili e a costituire una specie di relitto oscuro dell'evoluzione stellare.

L'idea interessante per rivelare la presenza di queste famiglie di oggetti è stata di Paczinsky (1986) il quale ha proposto di usare il campo gravitazionale associato a questi oggetti compatti e massivi. In particolare di cercare effetti di lente gravitazionale che sarebbero visibili nel momento in cui uno di questi oggetti massivi si trovasse frapposto tra noi osservatori ed una sorgente di fotoni lontana come potrebbe essere una stella ordinaria.

Questa idea si è poi rivelata effettivamente valida quando nel 1992 questo fenomeno è stato più volte evidenziato e seguito utilizzando le stelle delle

Grande Nube di Magellano, una galassia satellite della nostra.

Da quel momento, vista la fattibilità dell'impresa, l'attenzione si è focalizzata sulla necessità di aumentare sia la statistica delle rivelazioni che il numero di direzioni indagate. Tutto ciò per tendere a ricostruire la distribuzione spaziale di questa componente di massa e quindi poter affinare i modelli di galassia di cui oggi disponiamo.

In quest'ottica è nata una collaborazione tra ricercatori italiani, svizzeri e francesi all'interno della quale si colloca questo lavoro di tesi. Questa collaborazione mira a rivelare eventi di lente gravitazionale in direzione della galassia di Andromeda (M31) utilizzando un telescopio da 1.5 m di diametro di recente costruzione, collocato a Toppo di Castelgrande (PZ) e gestito dall'Osservatorio Astronomico di Capodimonte per conto dell'INAF (Istituto Nazionale di Astrofisica).

Il lavoro di tesi è mirato alla realizzazione di immagini simulate degli eventi di lente gravitazionale che si possono produrre nel campo di cielo da osservare. Tutto ciò allo scopo di poter controllare quantitativamente la capacità delle procedure di rivelazione degli stessi eventi che la collaborazione sta sviluppando parallelamente.

La presentazione del lavoro è fatta in modo che nel primo capitolo viene illustrata la problematica scientifica generale in cui si colloca il lavoro di tesi, nel secondo capitolo si descrivono nel dettaglio gli algoritmi utilizzati per simulare le immagini del campo di cielo scelto, nel terzo capitolo vengono infine mostrati degli esempi di immagini ottenute all'interno di una sequenza temporale di simulazioni.

Infine, ci è sembrato opportuno arricchire la tesi con un'appendice che riporti le diverse procedure realizzate in linguaggio IDL, che sono state individualmente sottoposte a specifici test di congruenza e utilizzate per generare le nostre simulazioni.

Capitolo 1

Lensing, microlensing e pixel lensing

Negli ultimi anni si è assistito ad un rinnovato interesse per lo studio del fenomeno fisico della lente gravitazionale. Questo è un fenomeno che può manifestarsi in maniera evidente su scale astronomiche e, sebbene nella maggior parte dei casi richiede una tecnologia sofisticata per essere rivelato, il suo studio può contribuire alla soluzione di alcuni problemi tuttora aperti sulla struttura dell'Universo con particolare riferimento alla rivelazione della cosiddetta materia oscura. La predizione di tale fenomeno risale già al 1915 quando Albert Einstein, lavorando alla Teoria della Relatività Generale, lo giustificò come conseguenza della curvatura dello spazio-tempo.

Nel seguito, dopo una breve introduzione storica, illustreremo questo fenomeno sia in generale che nello specifico ambito astronomico di cui ci occuperemo e cioè la rivelazione di oggetti massivi appartenenti all'alone del nostro sistema Galattico.

1.1 Breve storia del lensing gravitazionale

Già nel 1804 negli annali dell'Osservatorio di Berlino apparve un articolo, a firma di J.Soldner, intitolato: “Ueber die Ablenkung eines Lichtstrahl von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem er nahe vorbeigeht” (“Sulla deflessione di un raggio di luce dal suo moto rettilineo a causa dell’attrazione di un corpo celeste, al quale passa nelle vicinanze”). L’autore esplorava questo effetto concludendo che se un raggio di luce passasse in prossimità del bordo del Sole subirebbe una deflessione $\alpha \sim 0.84$ secondi d’arco.

Più di un secolo dopo, nel 1911, A.Einstein si era interessato allo stesso problema ancor prima di pubblicare la teoria della Relatività Generale. Questo è il motivo per cui lo stesso Einstein, ignaro del lavoro di Soldner, ottenne un risultato molto simile per la deflessione della luce radente la superficie del Sole:

$$\alpha = \frac{2GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} = 0.83 \text{arcsec} \quad (1.1)$$

dove $M_{\odot}$ ed $R_{\odot}$ indicano rispettivamente massa e raggio del Sole, mentre c e G rappresentano la velocità della luce e la costante gravitazionale.

Lo stesso Einstein nel 1913 chiese all’astronomo G.E.Hale di valutare la possibilità di misurare durante il giorno la variazione della posizione delle stelle che si fossero trovate in vicinanza del Sole. Questa misura non fu in realtà mai eseguita fino a che nel 1915 lo stesso Einstein pubblicò la teoria della Relatività Generale e quindi ricalcolò più correttamente l’angolo di deflessione atteso per il Sole:

$$\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \quad (1.2)$$

che è esattamente il doppio di quello calcolato con l’approccio newtoniano. Il fattore due in più è legato proprio all’idea, introdotta dalla Relatività Generale, della curvatura dello spazio prodotta da un campo gravitazionale.

Solo nel 1919 A.Eddington riuscì finalmente a fare la verifica sperimentale della previsione con un errore dell'ordine del 20%, utilizzando l'occasione favorevole di una eclisse di Sole. Ad oggi la verifica sperimentale della previsione di Einstein ha raggiunto l'accuratezza del 0.02% [1]

Le informazioni che si possono ricavare dallo studio di questi fenomeni sono di varia natura. Innanzi tutto, una lente gravitazionale può fungere da telescopio naturale di dimensioni cosmiche tale da poter ingrandire l'immagine della sorgente rivelandone particolari che diversamente risulterebbero troppo piccoli per poter essere discriminati. In secondo luogo, le osservazioni che utilizzassero questo fenomeno potrebbero aiutare a stabilire dimensioni ed età dell'universo per via diretta.

Infine, le lenti gravitazionali sembrano particolarmente adatte ad indagare i problemi legati allo studio della materia oscura cosmica. Questo perchè, essendo appunto oscura, essa può essere rivelata solo per via indiretta ovvero tramite i suoi effetti gravitazionali sull'ambiente circostante.

1.2 Lensing

Il fenomeno della lente gravitazionale, noto come *lensing*, consiste nella deflessione della luce in presenza di un campo gravitazionale, prodotto da un corpo celeste, caratterizzato dalla peculiarità di alterare il percorso della luce che lo attraversa a causa della curvatura dello spazio-tempo che la sua massa produce. Il fenomeno diventa più evidente quando due o più oggetti, posti a distanze diverse dalla Terra, si trovano allineati lungo la stessa linea di mira, cioè occupano la stessa posizione sulla volta celeste. La luce dell'oggetto più lontano viene deviata dal campo gravitazionale di quello in primo piano, dando luogo ad un'immagine distorta o multipla dell'oggetto sullo sfondo. Se l'allineamento è perfetto l'immagine apparirà come un cerchio, che circonda completamente l'oggetto vicino, chiamato "anello di Einstein". Se

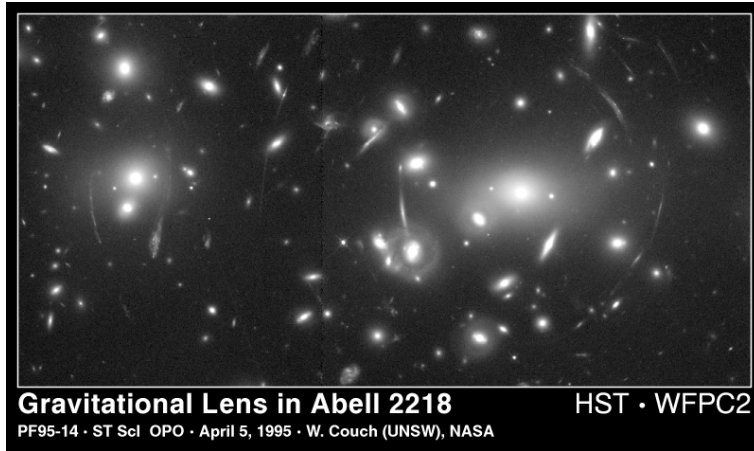


Figura 1.1. Immagine ripresa dall’HST il 5 Aprile del 1995. Si possono notare immagini multiple idealmente disposte su cerchi. L’analisi dell’immagine ad alta risoluzione ha mostrato la presenza di 120 archi, per un totale di 7 distinti eventi di *lensing* [4].

l’allineamento non è perfetto, al posto del cerchio si potranno vedere degli archi.

Il fenomeno può essere meglio compreso se si prende in esame la figura 1.3, dove O è l’osservatore, S la sorgente ed M la massa che funge da lente. Un raggio luminoso proveniente da S viene deviato di un angolo α a causa dell’influenza del campo gravitazionale, generato dalla presenza della massa M . Tale deviazione produce un immagine virtuale, posta sulla volta celeste in I , che viene rivelata dall’osservatore. Per questo la sorgente può risultare distorta, ingrandita o costituita da immagini multiple, a seconda della geometria del sistema e delle masse coinvolte. Si può dimostrare, infatti, che α dipende dalla massa M e dalla distanza R nel seguente modo:

$$\alpha = \frac{4GM}{Rc^2} \quad (1.3)$$

dove G è la costante gravitazionale e c è la velocità della luce. Si noti però che la precedente relazione vale strettamente solo per lenti puntiformi, giacchè in presenza di masse diffuse il problema diventa più complesso e bisognerebbe calcolare la deviazione di un gran numero di raggi per ricostruire il fenomeno,

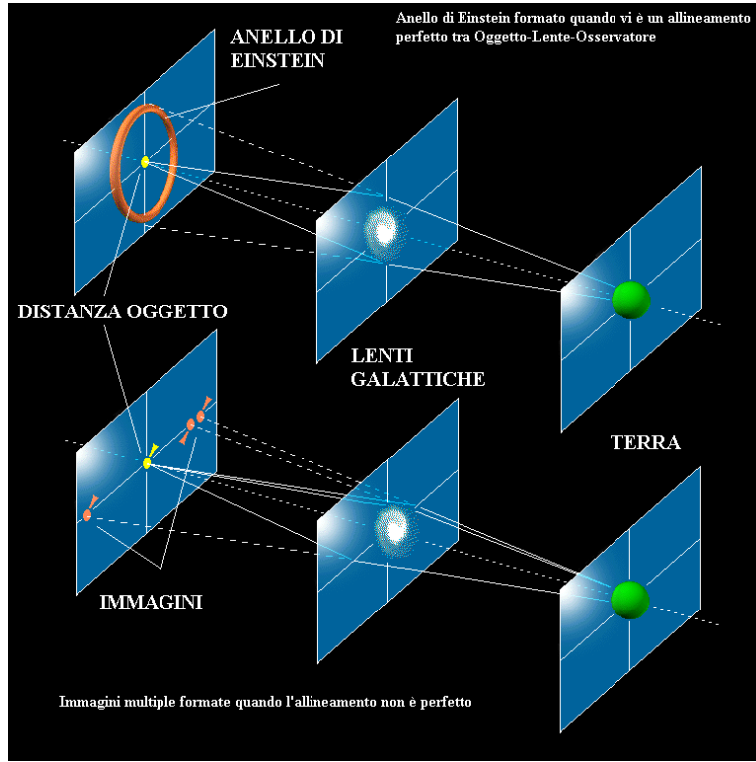


Figura 1.2. Nella figura superiore si ha la formazione dell'anello di Einstein, in quella inferiore la formazione di immagini multiple.

proprio come si fa in ottica con il cosiddetto "ray-tracing" quando si ha a che fare con sistemi ottici complicati.

Per facilitare la descrizione del fenomeno introduciamo le seguenti quantità:

$$R_E^2 \equiv 2R_g D \quad (1.4)$$

$$R_g \equiv \frac{2GM}{c^2} \quad (1.5)$$

$$D \equiv \frac{(D_s - D_d)D_d}{D_s} \quad (1.6)$$

dove la quantità indicata con R_E viene detta "raggio lineare dell'anello di Einstein", R_g viene detto "raggio gravitazionale" o anche raggio di Schwarzschild della massa M e D è una sorta di "distanza efficace" della lente.

Paczynski(1986) ha ricavato l'espressione per il raggio angolare di Einstein, $\theta_E = R_E/D$:

$$\theta_E \equiv \frac{R_E}{D} = 0.902 mas \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{10 Kpc}{D_d}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{D_d}{D_s}\right)^{1/2}. \quad (1.7)$$

dove $M_\odot = 1.99 \times 10^{30}$ Kg si è indicata la massa del Sole e con *mas* vuol significare milli secondi d'arco.

Applicando questa relazione ad un caso Galattico, con una lente di massa circa $1 M_\odot$ posta ad una distanza di pochi Kiloparsec ed una sorgente posta a grande distanza, si ottiene una stima dell'ordine del millesimo di secondo d'arco.

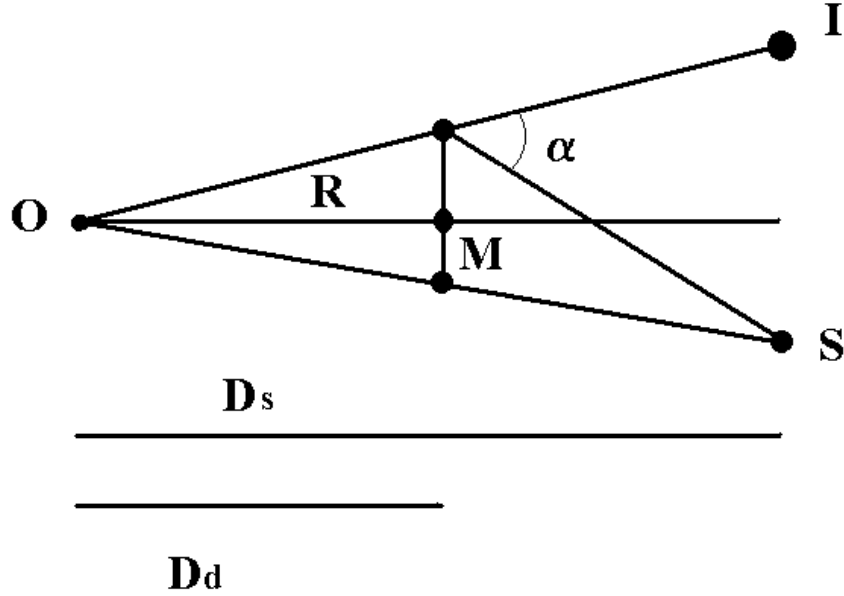


Figura 1.3. Geometria del *lensing*: osservatore, lente e sorgente sono situati rispettivamente nei punti O , M ed S . I raggi luminosi provenienti da S che passano vicino alla lente M , vengono deflessi di un angolo α . L'immagine della sorgente apparirà in una direzione apparente, I , piuttosto che in quella reale S . Le distanze dall'osservatore alla lente e alla sorgente sono indicate rispettivamente con D_d e D_s .

L'interesse dell'astrofisica per le lenti gravitazionali si è sviluppata in particolare a partire dai primi anni '60 quando si capì che esse potevano dare un enorme contributo alla risoluzione del problema riguardante la *materia oscura*. Il primo sistema a lente fu studiato nel 1979 nella costellazione dell'Orsa

Maggiore da Walsh et al. [3]. Si osservò un'immagine doppia, causata dal *lensing*, di una sorgente lontana, il quasar 0957+561 (fig. 1.4).

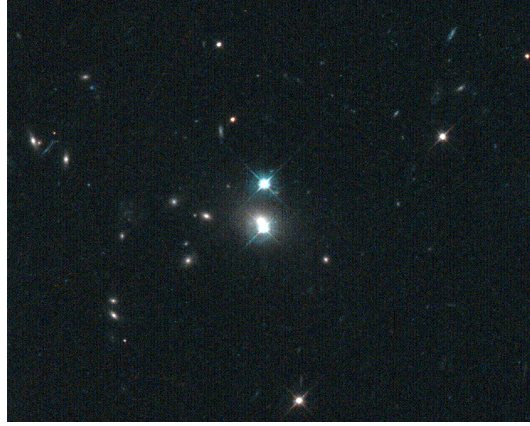


Figura 1.4. Immagine doppia del quasar 0957+561 dovuta a una galassia che funge da lente. I due oggetti, separati da 6 secondi d'arco, hanno spettri identici, a sostegno dell'ipotesi che la luce provenga dalla stessa sorgente.

Questi autori sostennero che si trattasse di un fenomeno di *lensing* in quanto le righe spettrali dei due oggetti visibili al centro dell'immagine mostravano la stessa disposizione e quindi corrispondevano allo stesso *red shift*, pari a $z = 1.41$ ¹.

Nell'interpretazione più condivisa, basata su un modello di universo omogeneo ed in espansione, questo red-shift corrisponde poi ad una precisa distanza cosmologica e quindi i due oggetti apparenti sarebbero riconducibili allo stesso quasar.

1.3 Microlensing

Nel precedente paragrafo abbiamo accennato alla rivelazione diretta del fenomeno di lente gravitazionale. Qui introduciamo un altro metodo, questa volta indiretto, per rivelare tale fenomeno. Questo metodo, detto del *microlensing*,

¹A causa dell'effetto Doppler, le righe spettrali appaiono spostate verso le lunghezze d'onda più grandi, cioè verso il rosso, nel caso di moto relativo di allontanamento fra sorgente ed osservatore. Il parametro z indica il rapporto fra lo spostamento della lunghezza d'onda osservata rispetto a quella a riposo e la lunghezza d'onda di laboratorio: $\Delta\lambda/\lambda$.

venne introdotto per la prima volta da Paczynski nel 1986 e corrisponde a considerare il fenomeno del lensing anche quando esso si manifesta a scale angolari così piccole da non poter essere risolte neanche con i moderni telescopi. Ciò che rende interessante questo metodo è il fatto che, anche se non riusciamo a separare le immagini multiple prodotte durante il fenomeno, possiamo tuttavia rivelare l'aumento di luminosità totale che si accompagna al fatto che più immagini della stessa sorgente si sommano sullo stesso elemento di risoluzione spaziale del telescopio.

Nonostante negli ultimi anni siano state effettuati vari tipi di esperimenti ed osservazioni per rivelare la materia oscura, quelli basati sul microlensing gravitazionale hanno dato finora risultati più incoraggianti: la materia oscura galattica è apparsa come costituita, almeno in parte, da oggetti compatti, denominati MACHOs (Massive Astrophysical Compact Halo Objects)². A questi risultati si è giunti proprio sfruttando l'effetto di *microlensing* gravitazionale. Come abbiamo infatti visto nelle relazioni precedenti (eq.1.7) nel caso di oggetti di massa solare collocati all'interno della nostra Galassia l'effetto da osservare sarebbe al massimo di pochi milli-arcsec e quindi le immagini corrispondenti non sarebbero facilmente distinguibili al piano focale di un telescopio a terra. La risoluzione spaziale Θ_T dei telescopi è infatti limitata dalla diffrazione che impone un limite invalicabile che dipende dalla dimensione D_T dello specchio principale e dalla lunghezza d'onda λ di osservazione: $\Theta_T = 1.22 \lambda/D_T$. Ma, ancora più stringente è il limite imposto alla risoluzione spaziale dal cosiddetto "seeing astronomico" che è un termine introdotto per descrivere tutte le perturbazioni prodotte sulla radiazione incidente al telescopio da fattori atmosferici ed ambientali. Purtroppo nei migliori siti astronomici questo parametro è dell'ordine di un secondo d'arco il che fa subito capire perchè si è pensato di sfruttare le variazioni di brillantezza totale (microlensing) piuttosto che la diretta osservazione delle immagini

²Oggetti astrofisici massivi e compatti di alone, un termine introdotto da K. Griest[7].

multiple.

Quindi ciò che effettivamente si può osservare è la sovrapposizione delle immagini multiple, che corrisponde quindi ad un aumento transitorio della intensità originaria della sorgente.

Da un punto di vista osservativo dobbiamo anche tener conto che l'allineamento favorevole di una stella con un ipotetico MACHO in grado di produrre il lensing è estremamente improbabile. A causa delle distanze in gioco si è stimato che il numero di eventi per stella per anno è dell'ordine di 10^{-6} yr^{-1} . Tuttavia se noi riuscissimo ad osservare contemporaneamente 10^6 stelle potremmo compensare la bassa probabilità dell'evento ed aspettarci di poter osservare almeno qualche evento per anno. Questo è in effetti ciò che si è fatto osservando la Grande e la Piccola Nube di Magellano (dette anche LMC ed SMC³), due galassie nane satelliti della Via Lattea, visibili dall'emisfero sud come oggetti risolti in stelle. Siccome le stelle di cui è composta LMC sono circa 10^6 e sono spazialmente risolte, su questo oggetto è possibile "monitorare" tutte le stelle singolarmente per cercare di individuare gli eventi prodotti dall'eventuale microlensing.

Un'altro aspetto rilevante per l'osservazione è l'entità della amplificazione della brillantezza della stella lensata. Questa amplificazione è tanto maggiore quanto più il MACHO è vicino alla linea di vista della stella e quindi l'osservazione dell'andamento temporale dell'intensità viene utilizzata per estrarre informazioni sia sulla velocità trasversale che sulla massa stessa del MACHO che agisce da lente. Dato che ci aspettiamo che la velocità trasversale dei MACHOs sia pressochè costante durante l'evento, la curva di luce della stella lensata dovrebbe essere simmetrica rispetto al massimo (fig. 1.5), permettendo così di distinguere l'effetto di *microlensing* da altre possibili cause di variazione della luminosità delle stelle.

Le prime osservazioni di questo tipo sono state effettuate monitorando stelle

³Large Magellanic Cloud, Small Magellanic Cloud

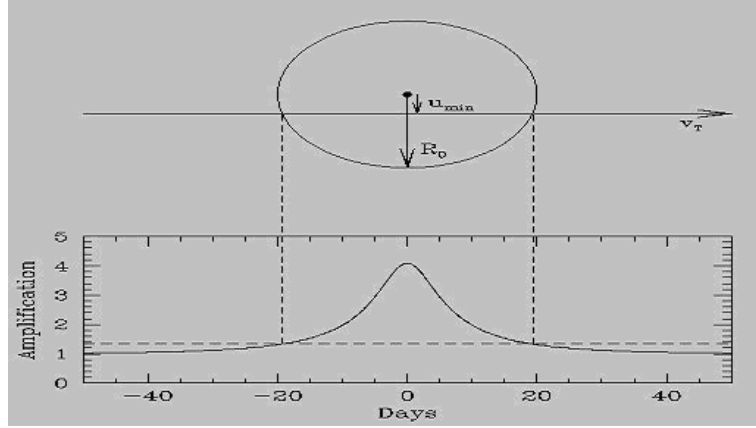


Figura 1.5. Curva di luce di una stella lensata. Si noti come questa appaia simmetrica rispetto al massimo.

in regioni diverse del cielo: nella direzione del bulge della nostra Galassia e nella direzione della Grande e Piccola Nube di Magellano. In entrambi i casi l'esito è stato positivo. Gli eventi di microlensing in tale direzione sono oggi oltre 200 e gli oggetti che fungono da lente possono essere stelle compatte di varia natura. La stima della massa (media) dei MACHOs dipende fortemente dal modello galattico che si considera ed è attualmente compresa fra 0.05 e 1 massa solare [5].

Consideriamo, per esempio, una massa M dell'ordine di 1 massa solare, distante $D_d \simeq 10$ Kpc, la quale deflette la luce proveniente da una sorgente lontana $D_s \gg D_d$. Il raggio angolare dell'anello di Einstein assume come abbiamo già visto valori dell'ordine del miliardosecondo eq. 1.7. L'incremento di brillantezza notato dall'osservatore è visibile nella curva di luce della stella più lontana e può durare diverse settimane. Il tempo scala t_E , caratteristico di un fenomeno di microlensing galattico, corrispondente al tempo di attraversamento dell'anello di Einstein da parte della lente è dell'ordine dei cento giorni (Paczynski, 1996), supponendo che essa si muova con velocità trasversa $v \simeq 200$ Km/s. Il fenomeno di amplificazione della luce diventa tanto più evidente quanto più l'oggetto che funge da deflettore si avvicina alla linea di

vista della stella. In generale, per considerare un evento come lensing gravitazionale, si adotta come criterio quello legato al parametro di impatto p (vedi figura 1.6). Se questo è dell'ordine o minore del raggio dell'anello di Einstein, $p < 1$, gli effetti del lensing saranno più facilmente rilevabili.

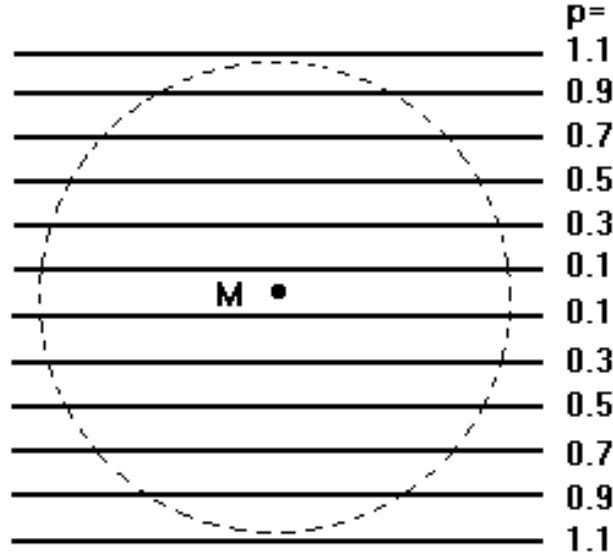


Figura 1.6. La massa M è posta al centro dell'anello di Einstein, il quale è rappresentato dalla circonferenza tratteggiata. Le linee orizzontali corrispondono alle traiettorie della sorgente in moto relativo rispetto alla massa M . Al loro fianco è visualizzato il parametro d'impatto.

Nella figura 1.6 sono mostrati gli effetti del lensing per i diversi valori di p precedentemente indicati in fig. 1.5

1.3.1 Variabilità della brillantezza stellare

È noto che le stelle sono molto spesso caratterizzate da una brillantezza variabile. Siccome il fenomeno del microlensing si manifesta proprio come una variazione di brillantezza, diventa importante saper distinguere le cause delle variazioni eventualmente osservate. Durante le osservazioni c'è infatti da aspettarsi che una notevole frazione delle stelle osservate mostri fenomeni di

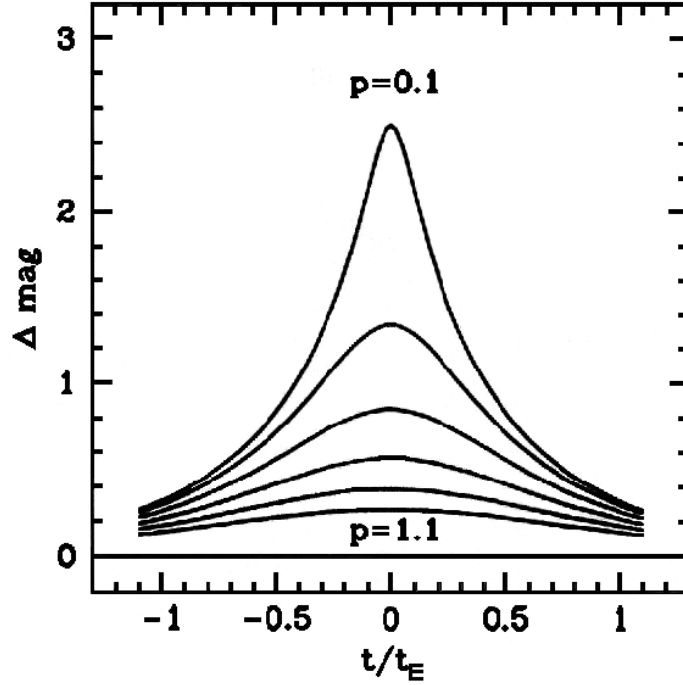


Figura 1.7. Variazione di magnitudine apparente di una stella lensata in funzione del tempo. Le sei curve di luce corrispondono a sei valori del parametro d'impatto: $p = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1$

variabilità. Si impone quindi la necessità di individuare dei criteri di selezione che ci permettano di separare i casi di autentico lensing gravitazionale dalle altre possibili cause di variabilità.

A questo proposito è utile sfruttare le caratteristiche temporali e cromatiche del microlensing che si possono così riassumere: 1) simmetria della curva di luce; 2) indipendenza della curva di luce dalla lunghezza d'onda; 3) non periodicità dell'aumento di brillantezza.

La considerazione della prima caratteristica suggerisce di seguire l'evoluzione della brillantezza degli oggetti per tempi lunghi in maniera da ricostruire al meglio la curva di luce sia nella fase in cui si realizza l'aumento di brillantezza sia nella fase discendente. L'inconveniente che ne deriva è che questo ovviamente richiede di avere la disponibilità di un telescopio per periodi di osservazione piuttosto lunghi.

La seconda caratteristica invece suggerisce di acquisire immagini del cielo almeno a due diverse lunghezze d'onda, in modo da utilizzare il fatto che le stelle intrinsecamente variabili mostrano tipicamente variazioni che dipendono dalla lunghezza d'onda di osservazione. Questo porta quindi a farci escludere tutti quei casi in cui l'aumento di brillantezza osservato nella curva di luce abbia carattere diverso nelle diverse lunghezze d'onda.

Infine la terza proprietà, relativa all'unicità dell'evento, potrà essere sfruttata per separare la grande quantità di stelle pulsanti periodiche o semi-periodiche di cui vi è abbondanza nel cielo. Tra queste variabili pulsanti le più note sono le cosiddette "Cefeidi" che peraltro sono caratterizzate da periodi dell'ordine del giorno e da una curva di luce asimmetrica. Queste proprietà le rendono quindi abbastanza facilmente individuabili, così come accade per tutte le classi di stelle variabili a corto periodo.

Variabili eruttive

Le stelle variabili che pongono i problemi più grossi sono invece quelle che producono un solo evento di brillamento di durata paragonabile a quella stimata per un evento di microlensing. Queste sono le cosiddette *Novae* e le *Supernovae*, che sono anche dette variabili eruttive proprio per la loro non periodicità.

Le *Novae* sono stelle che subiscono un improvviso brillamento che fa aumentare in pochi giorni la loro luminosità entro un intervallo compreso tra 7 e 16 magnitudini, il che corrisponde ad un aumento nella loro brillantezza tra circa 5×10^2 e 2×10^6 volte. Ciò che le può distinguere da un evento di microlensing è la non simmetria della curva di luce che, in questo caso, cresce più rapidamente di come decresce producendo quindi una caratteristica asimmetria. Un esempio di queste curve di luce è mostrato in figura 1.8.

Il meccanismo fisico che produce il fenomeno di Nova è legato al fatto

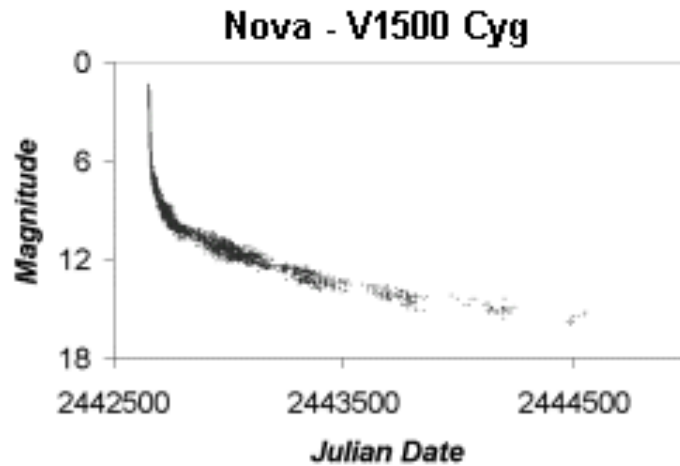


Figura 1.8. Curva di luce della nova V1500 avvistata nella costellazione del Cigno

che queste stelle sono in realtà dei sistemi binari in cui una delle due stelle trasferisce massa sull'altra attraverso un disco di accrescimento.

Un'altro tipo di variabili da considerare sono le cosiddette *Novae nane* (o *dwarf Novae*) che, a differenza delle Novae classiche, subiscono più brillamenti, ma di minore entità (tra 2 e 5 magnitudini). Si tratta sempre di sistemi binari in cui una compagna è una stella di tipo solare e l'altra è una stella più evoluta e compatta (nana bianca) intorno alla quale si realizza un disco di accrescimento alimentato dalla stella compagna (vedi figura 1.9). Quest'ultima infatti, tende a perdere gli strati più esterni producendo in questo modo, intorno alla stella compatta, un disco di accrescimento legato a lei gravitazionalmente attraverso il quale transita la massa che poi si va a depositare sulla superficie della nana bianca. I brillamenti in questi sistemi possono essere prodotti sia dalle instabilità idrodinamiche del disco di accrescimento, che sono legate alla viscosità ed alla velocità con cui la stella di tipo solare trasferisce massa alla stella compatta, sia da fenomeni superficiali che vengono indotti sulla stella compatta. È possibile infatti che nel materiale fresco acquisito attraverso il disco di accrescimento si accendano in forma esplosiva le reazioni nucleari che trasformano l'H in He.

Le "esplosioni" conseguenti prodotte dall Novae nane sono tuttavia di intensità minore rispetto alle Novae classiche e comunque si ripetono ad intervalli irregolari di tempo. Sono perciò distinguibili dal caso di brillamento per lensing, anche se spesso l'imprevedibilità dell'intervallo di ripetizione dell'esplosione rende osservativamente difficile distinguerle.

Vi sono poi le *Novae ricorrenti* che invece sono stelle che subiscono più esplosioni di ampiezza simile alle Novae nel corso della loro vita ma ad intervalli imprevedibili.

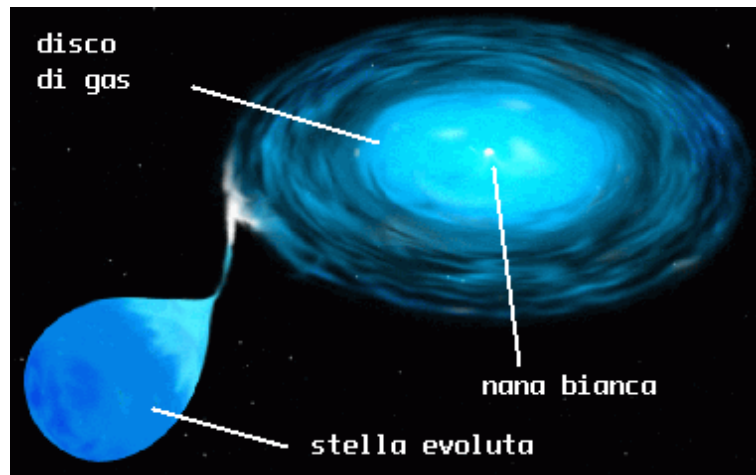


Figura 1.9. Il trasferimento di gas da una stella alla compagna produce il fenomeno dell'esplosione di una nova (HST)

L'altro evento importante da considerare è l'esplosione di una *Supernova* ed anche in questo caso, dal punto di vista osservativo, si tratta di un improvviso brillamento di una stella. Tuttavia il meccanismo fisico che lo provoca è un po' diverso da quello che abbiamo brevemente descritto per la Nova, trattandosi infatti di un fenomeno che coinvolge non solo gli strati superficiali della stella ma tutta la sua struttura. Questo implica anche che l'energetica totale del fenomeno è maggiore che nelle Novae. L'esplosione di una Supernova è in grado di dissipare la maggior parte della massa della stella originale lasciando eventualmente un nucleo centrale estremamente compatto e rapidamente rotante che può poi dar luogo ad una Pulsar.



Figura 1.10. La Nebulosa della Vela, nella costellazione del Cigno, è il residuo di una supernova esplosa all'incirca 15.000 anni fa. In quest'immagine ne viene mostrata soltanto una parte. (Royal Observatory, Edinburgo).

Fortunatamente, tutta questa fenomenologia a cui abbiamo finora accennato può comunque essere distinta da un evento di microlensing sfruttando le caratteristiche che ci aspettiamo quest'ultimo debba avere. In particolare la forma della curva di luce deve essere assolutamente simmetrica cosa che non è in generale per le variabili eruttive che abbiamo elencato. Si capisce subito allora come la copertura temporale delle osservazioni sia un elemento estremamente importante per poter poi stabilire le tipologie delle curve di luce osservate.

Una interessante variante che potrebbe verificarsi durante un fenomeno di *microlensing* è la possibilità di poter rivelare il contributo di un eventuale pianeta, che ruota attorno all'oggetto che funge da lente. Questa situazione potrebbe effettivamente produrre una asimmetria nella curva di luce ma si tratterebbe comunque di un un picco breve ed improvviso nel grafico dell'amplificazione (fig.1.10). Come abbiamo visto un evento di *microlensing* galattico dovrebbe avere una durata dell'ordine dalle decine al centinaio di

giorni e questo è un altro criterio che possiamo sfruttare nella selezione degli eventi. Quest'altro elemento ci fa quindi intuire che, per avere speranza di successo, le osservazioni si devono estendere su lunghi intervalli temporali durante i quali bisogna ottenere una fitta copertura osservativa per ricostruire accuratamente le curve di luce osservate.

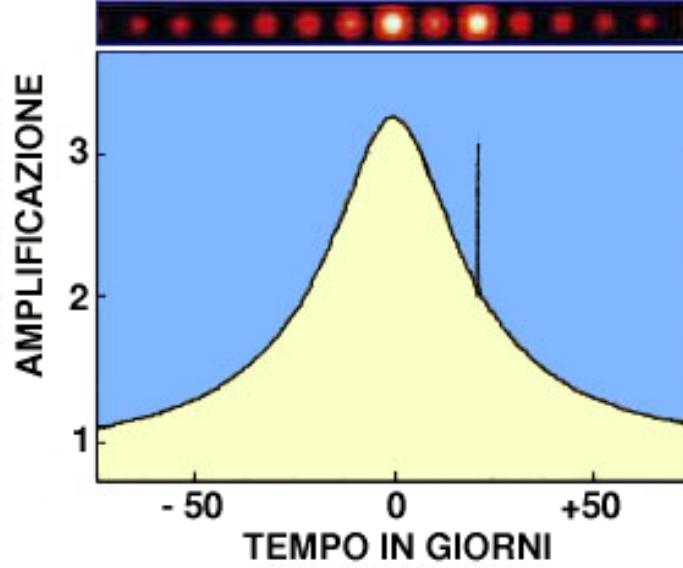


Figura 1.11. Simulazione di un'amplificazione subita da una stella in seguito ad un evento di *microlensing* con $p = 0$. Il picco che si vede è dovuto alla rotazioni attorno ad essa di un pianeta.

1.4 Pixel lensing

Fin qui abbiamo illustrato due possibilità di rivelazione di lenti gravitazionali: una diretta, corrispondente alla osservazione di immagini multiple come quelle rivelate da HST e prodotte dall'interposizione di un ammasso di galassie (vedi figura 1.1), e una indiretta per mezzo dell'amplificazione della luce di una stella di fondo da parte di un oggetto massiccio interposto sulla linea di vista. Nel primo caso si ha a che fare con scale extragalattiche e masse maggiori di $10^{11} M_{\odot}$ mentre nel secondo caso le distanze sono galattiche e le

masse coinvolte sono molto minori, dell'ordine della massa solare. Per cui, se vogliamo rivelare eventuali oggetti compatti che popolano l'halo della nostra Galassia ci dobbiamo porre nell'ottica di usare il microlensing.

Abbiamo già accennato al fatto che proprio il microlensing in direzione delle Nubi di Magellano ha dato le prime indicazioni sull'esistenza di una popolazione di MACHOs associati alla nostra Galassia. Se però volessimo estendere le osservazioni del microlensing ad altre linee di vista, per sondare l'halo in più direzioni e quindi avere informazioni sulla sua struttura spaziale, dovremmo utilizzare sorgenti alternative alle Nubi di Magellano (latitudine galattica -32.9 ; longitudine galattica 280.5), puntando in direzioni diverse del cielo.

La scelta più naturale cadrebbe sulla galassia immediatamente più vicina e cioè la galassia di Andromeda (latitudine galattica 121.17 ; longitudine galattica -21.57) , anche indicata come M 31. Purtroppo però, la maggiore distanza di questa galassia rende le stelle che la compongono non più risolte, mettendo quindi l'osservatore in un caso diverso rispetto a quello già visto delle Nubi di Magellano. In pratica, siccome il potere risolutivo spaziale dei telescopi disponibili non è sufficiente a distinguere le singole stelle di Andromeda, diventa praticamente impossibile seguire la brillantezza di una singola stella così come prevede la tecnica del microlensing.

Per ovviare a questa difficoltà la collaborazione AGAPE (Andromeda Galaxy Amplified Pixel Experiment) ha sviluppato una tecnica detta del *pixel lensing* [2] che si propone di seguire nel tempo non più la luce di singole stelle, ma piuttosto la luce integrata di tutte quelle stelle che, sul rivelatore posto al piano focale del telescopio utilizzato, occupano lo stesso elemento di risoluzione spaziale.

In questo caso quindi si tratterebbe di controllare non più il comportamento della luminosità apparente di singole stelle ma di tanti pixel quanti sono

gli elementi sensibili di un rivelatore di immagini. Si capisce quindi il motivo per cui questo tipo di rivelazione del fenomeno della lente gravitazionale prenda il nome di “pixel lensing”.

Più in dettaglio la tecnica del *pixel lensing* si basa sul confronto fra immagini digitalizzate, relative alla stessa regione del cielo, che vengono acquisite in una sequenza sufficientemente lunga di notti di osservazione. Questa sequenza dovrà essere tale da consentire la rivelazione di eventi con scala temporale dell'ordine di quella prevista per il lensing gravitazionale da parte di oggetti massivi nell'alone della Galassia.

L'idea di base è molto semplice: osservando un fondo di stelle non risolte la cui luminosità sia stazionaria, ci aspettiamo che la differenza di due immagini prese in tempi successivi produca un'immagine nulla, cioè con segnale zero dappertutto. Quindi, se una stella subisse un'amplificazione a causa di lensing gravitazionale, questa si rifletterebbe in un segnale diverso da zero nell'immagine differenza ottenuta sottraendola ad un'immagine di riferimento stazionaria. Il segnale che ci si aspetta avrebbe caratteristiche spaziali determinate dalla posizione nel cielo dell'evento e dalla risposta impulsiva del telescopio (detta anche PSF: Point Spread Function), mentre caratteristiche fotometriche dipendenti dalla fisica del fenomeno.

Allo scopo di fornire un metodo per simulare realisticamente questo tipo di eventi su un rivelatore bidimensionale di tipo CCD, nel prossimo capitolo approfondiremo questi punti e presenteremo un codice di calcolo per ottenere immagini simulate. L'idea è poi di usare queste immagini per sottoporle agli algoritmi di rivelazione per poterne quindi valutare l'efficienza.

1.4.1 Il rivelatore

Nell'apparato osservativo che viene approntato per cercare di rivelare le variazioni di brillantezza legate al lensing il rivelatore gioca un ruolo estremamente importante, per cui ne facciamo una breve descrizione, anche perchè una

seria analisi delle immagini da questo prodotte non può prescindere dalla conoscenza delle sue caratteristiche. Nella regione ottica dello spettro è ormai assodato che il rivelatore bidimensionale di riferimento è il CCD ⁴, (fig.1.12). Nei circa venti anni di applicazione di questo tipo di rivelatori all'astronomia le loro prestazioni sono state continuamente migliorate fino a raggiungere valori per l'efficienza quantica dell'ordine di 0.7-0.9 elettroni per fotone incidente (si confronti con il valore 0.001 tipico delle lastre fotografiche o con il valore di circa 0.1 tipico dei fotomoltiplicatori).

Quello che invece ha subito miglioramenti più recentemente è il rumore di lettura che nei moderni rivelatori si aggira intorno a 3-5 elettroni. Infine il rumore termico è stato reso estremamente basso e per un CCD raffreddato a circa -100 °C è dell'ordine di pochi elettroni per pixel e per ora, comunque tale da non creare seri problemi neanche con le lunghe esposizioni tipiche dell'astronomia.

Strutturalmente il CCD è formato da un reticolo bidimensionale, controllato da un elaboratore elettronico, di rivelatori a stato solido realizzati a partire da una lastra di silicio. Ognuno di questi rivelatori costituisce un elemento dell'immagine prodotta dalla lettura del CCD, ed è chiamato *pixel* (da: picture element). In figura 1.12 mostriamo un tipico rivelatore.

1.4.2 Probabilità di evento e scelta del “target”

Prima di affrontare l'impegno di campagne osservative rivolte alla rivelazione di lensing gravitazionale attribuibile ai MACHOs, è opportuno domandarsi quale sia la frequenza con cui ci si può aspettare un fenomeno del genere, sempre nell'ipotesi che l'halo galattico sia popolato effettivamente da MACHOs. Nello stimare questa frequenza dobbiamo tener conto almeno di tre fattori importanti: la densità dei MACHOs, la loro sezione d'urto rispetto al lensing gravitazionale, la densità delle stelle di fondo che saranno oggetto

⁴Charge-Coupled Device: recettore a carica accoppiata



Figura 1.12. Camera CCD

delle nostre osservazioni. Quest'ultima grandezza è essenzialmente una misura del numero totale di linee di vista che noi siamo in grado di monitorare contemporaneamente.

A questo punto è chiaro che dobbiamo distinguere due casi: 1) le stelle sono singolarmente risolte sul nostro rivelatore; 2) le stelle non sono risolte sul nostro rivelatore e quindi su un pixel del rivelatore inciderà luce proveniente da più stelle contemporaneamente.

Nel primo caso la frequenza degli eventi per ogni linea di vista verso una stella di fondo sarà proporzionale alla densità dei MACHOs, alla loro velocità trasversale e alla sezione d'urto del processo. È quindi chiaro che, se siamo in grado di seguire più stelle contemporaneamente, avremo maggiore probabilità di rivelare il fenomeno.

Nel secondo caso su un elemento di risoluzione spaziale del nostro rivelatore inciderà la luce di più stelle e quindi non tutti gli eventi di lensing (ovvero quelli con parametro di impatto minore del raggio di Einstein) sarebbero rivelabili. In questo caso si considerano rivelabili solo quelli la cui amplificazione sia tale da far emergere la luce della stella lensata rispetto alla luminosità delle stelle di fondo. È quindi evidente che ci sono due fattori

che competono nel determinare la frequenza degli eventi rivelabili: 1) molte stelle nello stesso elemento di risoluzione spaziale aumentano la probabilità del lensing in ragione dell'aumentato numero di linee di vista; 2) allo stesso tempo le stesse stelle aumentano la brillantezza del fondo e quindi rendono rivelabili solo gli eventi più “forti”.

Per poter rilevare un segnale di *Microlensing*, occorre che la variazione di conteggi nel super-pixel considerato sia superiore di almeno 3σ rispetto al numero di conteggi dovuti al fondo (N_{Bl}), dove $\sigma = 2.5 \times 10^{-3} N_{Bl}$ è il minimo livello di rumore [6]. Ne segue che l'amplificazione minima della luminosità di una sorgente, dovuta ad un evento di microlente, è data da

$$A_{min} = 1 + \frac{3\sigma}{f_S N_S} \quad (1.8)$$

dove f_S ed N_S rappresentano rispettivamente la frazione del disco di seeing contenuta nel superpixel e il numero di conteggi dovuti alla sorgente. È stato dimostrato che il minimo parametro d'impatto in corrispondenza del quale l'evento di microlente ha amplificazione $A_{min}10$ è dato da $u \simeq A_{min}^{-1}$. Quest'ultima condizione è sempre verificata per pixel lensing verso M31 poiché il flusso di una sorgente è sempre minore del fondo ($N_S \ll \sigma$). La dipendenza del minimo parametro d'impatto dal flusso della sorgente implica che la rate di microlensing in esperimenti di pixel lensing deve dipendere dalla funzione, ϕ_M di luminosità delle sorgenti cioè il numero di sorgenti con magnitudine assoluta compresa tra M ed $M + dM$. In questo caso il parametro d'impatto necessario ad avere un'amplificazione oltre il livello di fondo (che nel frattempo è aumentato in quanto si considerano un numero maggiore di sorgenti lunga la linea di vista) deve diminuire. La rate di pixel lensing sarà quindi data da:

$$\Gamma_p(x,y) = \langle u(x,y) \rangle \Gamma(x,y) \quad (1.9)$$

dove x ed y sono coordinate cartesiane centrate in M31 e $\Gamma(x,y)$ è la

rate classica di microlente ottenuta mediando sulle distribuzioni di lenti e sorgenti[7]. Nel caso di M31, avremo che il parametro d'impatto sarà molto minore di 1 e quindi solo una piccola frazione degli eventi attesi classicamente potranno essere rivelati in un pixel.

Dal bilancio di questi due fattori e cercando di ottimizzare la frequenza degli eventi osservabili si ricava che, usando la galassia di Andromeda come sfondo sul quale osservare il lensing, la regione di osservazione più favorevole è posizionata verso il bulge di M31.

La scelta di Andromeda come obiettivo delle osservazioni porta con se anche altre conseguenze:

1. la sua posizione permette di esplorare una regione del nostro alone galattico che dovrebbe essere più denso di MACHOs rispetto a SMC e LMC, anche se in questo caso non sarà facile distinguere gli eventi che avvengono nella nostra Galassia da quelli, anche possibili, in M31.
2. l'inclinazione rispetto alla linea di vista di 77 gradi fa sì che Andromeda abbia una parte del suo disco galattico più lontana ed una più vicina a noi: appare allora possibile distinguere statisticamente gli eventi che avvengono in Andromeda perchè ci si aspetta che questi mostrino una asimmetria spaziale. Si intuisce infatti che gli eventi in direzione della porzione lontana di Andromeda (zona A in figura 1.13) dovrebbero essere più numerosi degli eventi in direzione della zona più vicina (zona B in figura 1.13) perchè le corrispondenti linee di vista intersecano l'alone di M31 su percorsi di diversa lunghezza.

È interessante notare che se si riuscisse ad avere una buona statistica di questi eventi, si potrebbero sfruttare le eventuali asimmetrie spaziali per trarre indicazioni anche sulla distribuzione dei MACHOs nell'alone di Andromeda.

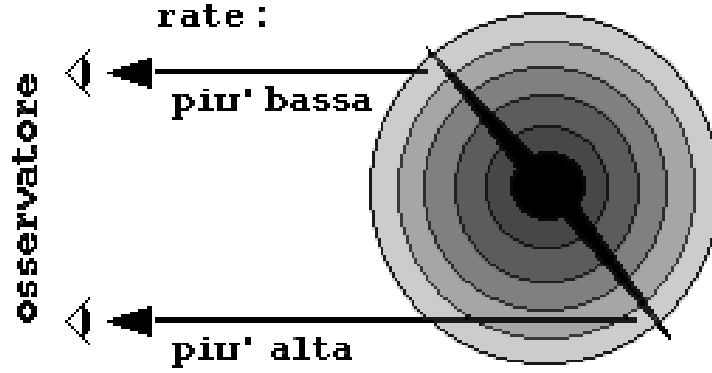


Figura 1.13. Asimmetria vicino - lontano. A causa dell'inclinazione del disco di M31, la *rate* aspettata degli eventi di *microlensing* è maggiore verso il disco più lontano perché la linea di vista attraversa una regione di alone più estesa.

Un singolo evento di pixel lensing, di per se, dà pochissime informazioni sia sulla natura delle lenti che sulla loro distanza. In effetti, una lente potrebbe essere sia un oggetto di tipo MACHO, che una stella che si interpone lungo la linea di vista osservatore-sorgente. Anche in questo caso una buona statistica con un gran numero di eventi rivelati permetterebbe di meglio separare le due possibilità.

Per come sono messe le cose osservando Andromeda, le sorgenti lensate saranno, con molta probabilità, delle giganti rosse giacché sono queste le stelle che hanno una luminosità intrinseca tale da essere rivelabili se amplificate da un fenomeno di lensing. Questa considerazione è basata essenzialmente sul fatto che l'evento, per poter essere osservato, deve superare una luminosità di soglia che dipende dall'intensità del fondo prodotto da tutte quelle stelle che ricadono nell'elemento di risoluzione spaziale in cui si verifica il lensing.

1.4.3 Scelta del telescopio

Su queste basi si è sviluppata una collaborazione, denominata SLOTT (Systematic Lensing Observations at Toppo Telescope), che coinvolge più



Figura 1.14. La nebulosa di M31, meglio conosciuta col nome di Andromeda. (Le stelle in primo piano appartengono alla nostra Galassia).

ricercatori di diversi istituti di ricerca e che mira alla rivelazione di eventi di lente gravitazionale in direzione di M31.

La stazione osservativa individuata per questo scopo è situata al Toppo di Castelgrande, località in provincia di Potenza ad un'altezza di 1250 m. Il telescopio è gestito dall'Osservatorio Astronomico di Capodimonte, Napoli, ed è attualmente nella fase finale di test sul campo. Si tratta di un riflettore di tipo Ritchey-Chretien (un paraboloide di rotazione con correzione dell'aberrazione di coma) da 150 cm di diametro, con montatura altazimutale e di tipo Cassegrain. Il suo rapporto focale (rapporto tra lunghezza focale e diametro) è F/8.3 con una scala di $16,18''/\text{mm}$ ed un campo utile di 20' di diametro.

Per le sue caratteristiche e per l'accessibilità del sito, questo telescopio appare particolarmente adatto all'approccio del pixel lensing in direzione della galassia di Andromeda. Infatti tenendo conto che il rivelatore previsto al piano focale di questo telescopio è un CCD con 2048×2048 pixel si potrà coprire con una singola esposizione una regione su Andromeda di circa $12' \times 12'$ con una risoluzione spaziale pari a 0.3 arcsec/pixel .

Un'altra importante ragione che favorisce la scelta di questo sito osservativo è la disponibilità, in termini di giorni osservativi, che viene garantita dalla partecipazione di ricercatori dello stesso Osservatorio di Capodimonte al programma osservativo.

Si tenga infatti presente che il tempo scala di un fenomeno di lensing da MACHOs è dell'ordine delle decine di giorni per cui diventa necessaria una copertura temporale notevole per evidenziare il fenomeno con certezza. A questo scopo facciamo notare che un ruolo importantissimo viene anche giocato dalla determinazione accurata della cosiddetta “baseline”. Questa non è altro che la brillantezza di fondo della zona di cielo in cui si rivela il fenomeno ed è una quantità che si determina tanto meglio quanto più lunga è la serie temporale delle osservazioni. Si capisce quindi che la campagna osservativa si dovrebbe estendere il più possibile fino a coprire tutti i 6 mesi di osservabilità di Andromeda nel cielo notturno.

Nelle intenzioni della collaborazione le osservazioni dovrebbero iniziare nell'autunno del 2004, e durare fino a giugno 2005. In questa prospettiva questa tesi vuole contribuire alla preparazione delle osservazioni cercando di fornire uno strumento di calcolo che sia in grado di simulare realisticamente le immagini che si andranno poi ad ottenere al telescopio. L'utilità di questo lavoro è legata in particolare allo sviluppo degli algoritmi di rivelazione degli eventi di lensing. Infatti se siamo in grado di fare una simulazione realistica, allora possiamo sottoporre poi le immagini simulate ai criteri di valutazione per la rivelazione degli eventi. Questa semplice procedura ci potrà quindi dare preziose informazioni sulla sensibilità e sulla efficienza degli algoritmi di rivelazione via via testati, mettendoci quindi in condizione di poter scegliere poi il più favorevole.

Capitolo 2

Criteri e parametri per le simulazioni

In questo capitolo illustreremo quelle considerazioni che ci hanno guidato nel definire le procedure adottate per la simulazione del campo stellare in direzione della galassia di Andromeda. Per ottenere una simulazione affidabile e tale da poter essere usata anche per “allenare” le procedure di rivelazione di eventi di pixel lensing abbiamo utilizzato le distribuzioni di luminosità degli eventi stessi che sono state già calcolate sulla base di modelli teorici per l’alone della Galassia (Nucita et al. 2002, comunicazione privata). La sfida è di riuscire a rivelare la maggior parte degli eventi con amplificazione maggiore di una certa soglia, sotto le diverse condizioni di osservazione e configurazioni strumentali che si possono realizzare.

Per simulare le osservazioni si terrà conto del sistema ottico e del tipo di rivelatore usato per ottenere le immagini. Queste conterranno segnali dovuti a diversi contributi che indagheremo separatamente e che combineremo per ottenere le immagini finali. Discuteremo perciò il profilo di brillantezza proiettato nel cielo da M31 così come il contributo della nostra Galassia. Infine, anche i fattori atmosferici ed ambientali giocano un ruolo importante e se ne dovrà tener conto.

Le idee che presentiamo nel presente lavoro di tesi allo scopo di tener conto dei vari fattori in gioco, sono state poi tradotte in un codice di calcolo che è stato sviluppato in linguaggio IDL.

2.1 CCD e caratterizzazione delle immagini acquisite

Come abbiamo accennato nel precedente capitolo, la cattura delle immagini, per rilevare un fenomeno di *lensing*, viene affidata ad una camera CCD. Essa è costituita da una matrice di rivelatori a stato solido realizzati su una lastra di silicio e controllati da un elaboratore elettronico. Ognuno di questi rivelatori costituisce un elemento dell'immagine, chiamato *pixel*. L'avvento di questo tipo di rivelatori e della tecnologia digitale ha permesso di migliorare sensibilmente l'acquisizione e la qualità delle immagini riguardanti oggetti celesti. C'è infatti una sostanziale differenza tra le immagini riprese con la vecchia lastra fotografica e quelle riprese tramite una camera a CCD.

Uno dei parametri migliorati dall'introduzione di questi sensori digitali è l'*efficienza quantica* che è una misura di probabilità, associata all'elemento fotosensibile, di rilevare l'arrivo di un fotone sulla sua superficie. Durante l'esposizione (processo di integrazione delle cariche) andrà formandosi sulla superficie del sensore, posto al piano focale di un telescopio, una precisa mappa elettronica dell'immagine dell'oggetto astronomico. Il processo di integrazione sul rivelatore è inoltre lineare su un grande intervallo di esposizioni, garantendo in questo modo un'immagine esente dal cosiddetto *difetto di reciprocità* presente nelle emulsioni fotografiche. In pratica ogni elemento del sensore CCD fornirà in uscita un numero di elettroni proporzionale al numero di fotoni incidenti su di esso. L'efficienza quantica dei rivelatori utilizzati in astronomia è passata in questo modo dal 3% circa, tipico di

una emulsione fotografica, a valori tipici del $50\div 70\%$ raggiunti dai moderni sensori CCD.¹

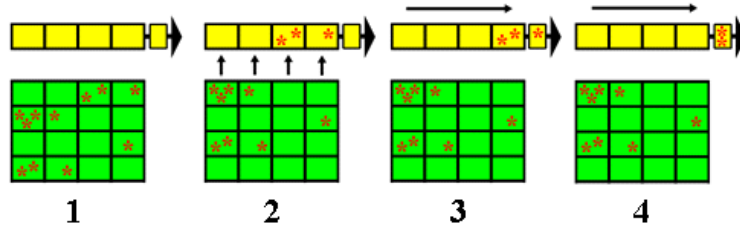


Figura 2.1. Rappresentazione schematica del processo di lettura di una CCD. Dopo la chiusura dell'otturatore (1) il sensore ha registrato nei singoli pixel le variazioni di carica dovute all'impatto dei fotoni (i pixel sono colorati in verde; le stelline rosse rappresentano le cariche generate dai fotoni). L'informazione contenuta nella prima riga di pixel si sposta simultaneamente nel registro seriale (2) dove viene raccolta ed inviata sequenzialmente all'uscita (3, 4). Quando il registro seriale si svuota, viene caricata la seconda riga di pixel e il processo riparte dal punto 2. Una volta che tutti i registri sono vuoti, l'otturatore può essere riaperto per cominciare la registrazione di una nuova immagine.

Altro parametro fondamentale è la *sensibilità spettrale* che per le CCD si estende oltre le lunghezze d'onda del visibile, da una parte fino al vicino infrarosso, e dall'altra fino all'ultravioletto. Questo fatto è di grande importanza nella fotografia astronomica, perchè queste lunghezze d'onda consentono di osservare fenomeni astrofisici che altrimenti sfuggirebbero all'indagine. Le pellicole fotografiche, pur avendo una discreta sensibilità nell'ultravioletto vicino, sono invece praticamente insensibili nell'infrarosso ($\lambda > 7000\text{\AA}$).

Infine, la *risoluzione spaziale* è un elemento cruciale di qualsiasi sistema di cattura delle immagini. Nel caso delle pellicole essa dipende dalle dimensioni dei grani fotosensibili, mentre per i sensori CCD essa è determinata dalle dimensioni dei pixel che costituiscono la matrice del rivelatore. È ovvio che sensori con pixel di dimensioni più piccole offrono una maggiore risoluzione, ma allo stato attuale della tecnologia abbiamo CCD con pixel di circa $10\text{ }\mu\text{m}$ di lato che devono essere poi accoppiati opportunamente ai telescopi. Si pone infatti il problema di sfruttare appieno le capacità osservative del

¹Le ultime generazioni di sensori retroilluminati raggiungono addirittura l'80%

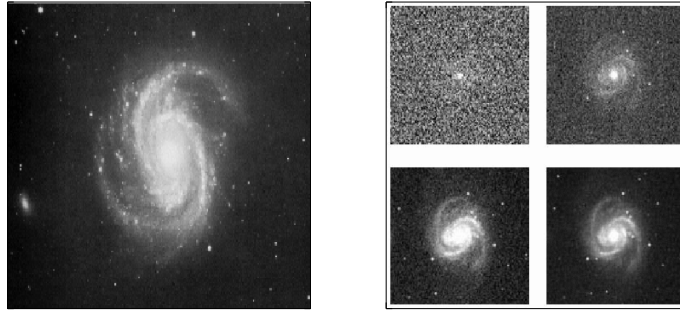


Figura 2.2. Galassia M100. L'immagine a sinistra è stata ottenuta usando una lastra fotografica al telescopio del Palomar. Quelle a destra sono ottenute usando una ccd con differenti tempi di esposizione (1, 10, 100, 1000 sec.). Ovviamente, esposizioni più lunghe evidenziano regioni dell'oggetto a più bassa brillantezza superficiale.

telescopio che è già dotato di una propria risoluzione spaziale. Quest'ultima può dipendere non solo dal diametro del telescopio ma anche dalla qualità del “seeing” che caratterizza il sito in cui è collocato lo strumento.

In generale se usiamo una moderna CCD al piano focale di un telescopio al suolo di diametro maggiore di 100 cm, avremo che il potere risolutivo del sensore sarà eccessivo rispetto a quello fornito dal telescopio che è limitato dal seeing i cui valori migliori si collocano tra 1 e 0.5 arcsec. Questi angoli di seeing corrispondono al piano focale a dimensioni lineari molto maggiori delle dimensioni di un tipico pixel per cui si impone l'uso di un riduttore di focale. Questo è un sistema ottico che compatta la scala al piano focale e consente di sfruttare al meglio le potenzialità del rilevatore.

Un'ulteriore vantaggio nell'uso delle CCD rispetto alle lastre fotografiche ad alta sensibilità un tempo impiegate nella fotografia astronomica, è nel fatto che i grani di un'emulsione fotografica sono distribuiti in maniera non uniforme mentre i pixel sono tutti delle stesse dimensioni e sono disposti uniformemente lungo le righe e le colonne di una matrice quadrata o rettangolare.

Inoltre una camera CCD è molto più versatile essendo possibile usarla in modalità *binnata*. In questo caso è possibile accoppiare pixel adiacenti

ottenendo un aumento di sensibilità, ovviamente al prezzo di una minore risoluzione spaziale. Un'immagine con binning 1x1 corrisponderà ad un'immagine con la massima dimensione ottenibile con la CCD, immagini in 2x2 - 3x3 risulteranno più piccole come numero di pixel totali rispettivamente di un fattore 4 e 9.

Un difetto di cui ancora “soffre” la CCD è il *campo inquadrato* che è molto più piccolo rispetto a quello ottenibile con una lastra fotografica. Questo è legato al fatto che un rivelatore quadrato con 2000 pixel di lato ha una dimensione di circa 2 cm coprendo quindi una esigua parte del campo offerto al piano focale di un telescopio. Questo può essere un problema nelle riprese a grande campo per le quali si usano telescopi di tipo Schmidt ancora oggi equipaggiati con lastre fotografiche.

2.1.1 Il campionamento delle immagini

Per ottenere delle immagini astronomiche con una CCD bisogna che essa sia accuratamente posizionata al fuoco di un telescopio in modo da poter registrare l'arrivo della radiazione raccolta e focalizzata dall'ottica dello strumento. L'esposizione alla radiazione produce nel substrato del sensore CCD la creazione di coppie elettrone-lacuna che costituiscono un'immagine elettronica che può poi essere trasferita sotto forma di segnale elettrico ad un circuito elettronico in grado di effettuare sia il campionamento che la digitalizzazione dell'immagine. La caratteristica di linearità del rivelatore a cui abbiamo accennato precedentemente è sostanzialmente conseguenza del fatto che il numero di coppie che vengono realizzate in ogni pixel è proporzionale sia al flusso di luce proveniente dalla stella che al tempo di esposizione. L'immagine digitale così ottenuta, che in gergo prende il nome di *frame*, sarà quindi trasferita ad un computer e potrà quindi essere facilmente visualizzata.

Per sfruttare in maniera ottimale le potenzialità di un sensore di tipo CCD, però, è necessario tenere presente che il CCD deve essere accoppiato

in modo efficiente allo specifico telescopio. È quindi importante considerare che le caratteristiche dell'ottica del telescopio quasi mai consentono di usare un CCD al piano focale senza l'intervento di ulteriori elementi ottici che servono ad adattare la scala del telescopio alle dimensioni dei pixel.

Per stimare il campo (in primi) inquadrato da un chip quando lavora al piano focale di un dato sistema ottico si fa uso della seguente formula:

$$\frac{l \times 3438}{F} = \text{campo in primi} \quad (2.1)$$

dove con l (espresso in mm) si è indicato la dimensione del lato del sensore e con F la lunghezza focale del telescopio (sempre in mm).

Nel caso del telescopio situato al Toppo di Castelgrande si ottiene un campo di circa 13 primi, avendo posto $l \sim 49\text{mm}$, e $F \sim 12757\text{mm}$. Con un sistema così progettato si pensa di poter monitorare con la camera CCD un campo visivo di circa 12 primi sulla galassia di Andromeda.

A questo proposito bisogna tener conto anche del *potere risolutivo* del telescopio, ossia della minima separazione angolare fra due oggetti che lo strumento permette di vedere come distinti. Dato che le sorgenti celesti si possono considerare poste all'infinito, è lecito pensare che il fronte d'onda sferico da loro emesso arrivi a Terra come un'onda piana. Lo specchio del telescopio intercetta solo una parte di tale fronte d'onda e la trasforma in un fronte d'onda sferico che converge al piano focale. Qui le immagini delle stelle saranno quindi essenzialmente delle figure di diffrazione prodotte dal passaggio della radiazione attraverso il “buco” rappresentato dallo specchio principale che rappresenta l'area collettrice del telescopio.

Questa figura di diffrazione è descritta anche come “disco di Airy” che corrisponde al disco luminoso più interno contenuto entro il primo zero della funzione di diffrazione. Questo disco interno raccoglie circa l'84% dell'energia luminosa ed è circondato da frange concentriche circolari. Il semidiametro angolare del disco di Airy è dato da $\alpha = 1.22\lambda/D$, dove λ è la lunghezza

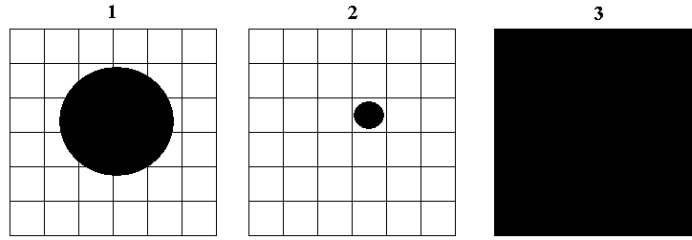


Figura 2.3. Caso 1: la PSF viene ben mappata su tre-quattro pixels del rivelatore. Caso 2: la PSF è contenuta solo su un pixel e quindi si sotto-campiona l'immagine. Caso 3: la PSF è distribuita su tutti i pixels della camera, in questo caso si commette un errore di sovracampionamento.

d'onda della luce e D il diametro del telescopio utilizzato. Da ciò si ricava che per poter distinguere con un dato telescopio due sorgenti nel cielo, queste devono distare angolarmente più di α . Questo criterio corrisponde alla richiesta che il centro del disco di Airy della prima sorgente cada sul primo minimo della figura di diffrazione della seconda. Nel caso di un telescopio da 1.5 m di diametro, come nel nostro caso, otterremmo una risoluzione di circa 0.09 arcsec.

La situazione reale tuttavia si complica alquanto dato che il telescopio opera all'interno dell'atmosfera terrestre. Questa infatti, essendo un mezzo turbolento e disomogeneo, degrada fortemente le capacità risolutive di un telescopio impedendo in pratica di risolvere distanze angolari minori di circa 1 arcsec. Le ragioni di questo degrado stanno nel fatto che il fronte d'onda non arriva più piatto come nel caso ideale (realizzato nei telescopi spaziali) ma corrugato e con un corrugamento che è anche funzione del tempo. Questo fatto produce il cosiddetto “disco di seeing”, anche detta PSF (Point Spread Function), che nel caso del sito di Toppo di Castelgrande ha valori tipici che si collocano tra 1 e 2 arcsec. Nel seguito quindi adotteremo questi come i nostri valori di riferimento.

Detto questo, ci proponiamo ora di ottenere le massime prestazioni dall'uso del CCD e per far questo dobbiamo richiamare il teorema del campionamento che suggerisce di mappare il più piccolo elemento di risoluzione con

almeno 2 misure. Tradotto in termini pratici significa che, per ricostruire le immagini del cielo preservando la risoluzione angolare intrinseca del luogo di osservazione si dovrà mappare il diametro del disco di seeing con almeno $2 \div 3$ pixel del CCD. Se questo non avvenisse potremmo trovarci in due situazioni sfavorevoli (vedi fig. 2.3). Nel primo caso, se la PSF è tutta contenuta in un pixel, si commetterà un errore di sottocampionamento, in quanto non è possibile più ricostruire l'immagine alla risoluzione spaziale del seeing del luogo. Nel caso opposto, se la PSF è distribuita su un grandissimo numero di pixels della camera, si sovracampionerà l'immagine, con una evidente perdita di sensibilità alle sorgenti più deboli e con una forte riduzione del campo utile delle immagini ottenibili con la camera.

Nella condizione rappresentata nel caso 1 della fig. 2.3, possiamo dire che l'accoppiamento ottico tra telescopio e camera CCD è ottimizzato.

2.2 Backgrounds

Dopo aver illustrato, nel precedente paragrafo, il funzionamento della camera CCD ed il suo utilizzo per l'acquisizione di immagini del cielo, descriveremo nel seguito i passi necessari a realizzare in modo realistico una simulazione delle immagini attese da una simile camera.

Nello specifico possiamo schematizzare dicendo che l'immagine finale viene prodotta come somma di più contributi che possiamo trattare separatamente. Conviene infatti pensare gli eventi di microlensing come brillamenti di stelle del fondo sovrapposti ad una serie di contributi provenienti da:

1. un fondo costante dovuto alla brillantezza superficiale del disco galattico di M31;
2. un fondo variabile, dipendente dalle condizioni ambientali ed atmosferiche;

3. un fondo prodotto dalle stelle, appartenenti alla nostra Galassia, che si interpongono tra noi e la sorgente.

2.2.1 La brillantezza superficiale di M31

Dovendo usare il disco di M31 come oggetto delle nostre osservazioni ci siamo posti il problema di riprodurre la luminosità di fondo prodotta come somma delle luminosità delle stelle appartenenti a quel sistema galattico.

A questo proposito abbiamo utilizzato le osservazioni effettuate da M. Kent il quale, a partire dalla calibrazione fotometrica di immagini ottenute con diversi telescopi a diverse distanze angolari dal centro della galassia, ha ricavato la brillantezza superficiale alle lunghezze d'onda visibili [17]. I risultati di questo lavoro sono illustrati dalla figura 2.4 sotto forma di curve di uguale brillantezza superficiale (isofote) e sono stati tabulati dallo stesso autore in funzione della distanza angolare dal centro della galassia.

La figura 2.4 mostra come le curve isofotali siano solo approssimativamente simili a delle ellissi, con un'ellitticità che tende ad aumentare con la distanza dal centro della galassia. In prima approssimazione, immaginando di suddividere la galassia in ellissi concentriche, possiamo utilizzare la magnitudine superficiale tabulata da Kent (vedi la Tabella III in [17]), sugli assi maggiore e minore delle ellissi, per diversi valori del semiasse maggiore. Si noti come nella tabella sopracitata la differenza tra il valore di magnitudine sull'asse maggiore e quello sull'asse minore aumenta all'aumentare del raggio riflettendo il fatto che allontanandosi dal centro della galassia l'approssimazione con ellissi regolari è sempre meno applicabile, come si può vedere anche nella figura 2.4.

Nel presente lavoro di tesi si è adottata un'ulteriore semplificazione che consiste nel considerare in prima approssimazione le curve di iso-intensità (isofote) della galassia come delle ellissi di brillantezza superficiale pari a quella tabulata da Kent lungo il semiasse maggiore. Le ellitticità adottate sono quelle

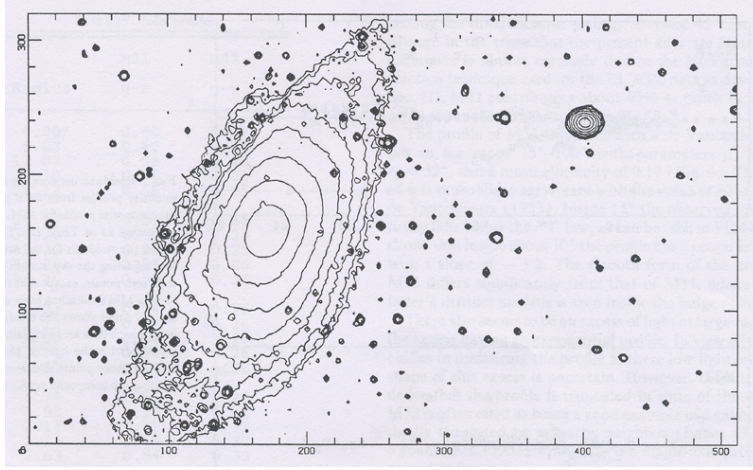


Figura 2.4. Contorni di iso-intensità per la galassia M31 ottenuti da Kent (1987). Questo autore ha anche tabulato i valori della magnitudine superficiale alle diverse distanze angolari e lungo le due direttrici dell'asse maggiore l'asse e minore.

indicate dallo stesso Kent e quindi aumentano all'aumentare della distanza dal centro. I valori di brillantezza superficiale variano su queste ellissi da un valore di $14.02 \text{ mag/arcsec}^2$ al centro, ad un valore di $24.24 \text{ mag/arcsec}^2$ per la isofota più esterna. Nella figura 2.5 mostriamo la serie di isofote ellittiche che abbiamo considerato come modello di brillantezza superficiale di M31.

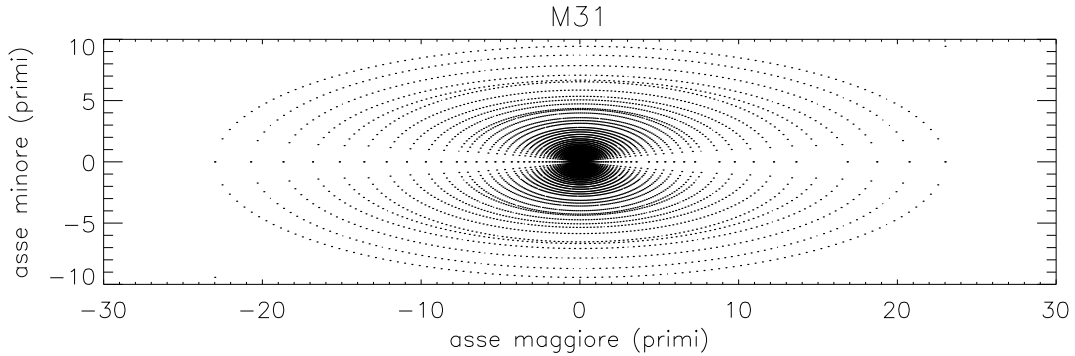


Figura 2.5. Contorni costruiti utilizzando i valori dell'asse maggiore, considerati uguali a quelli dell'asse minore, ed eccentricità della tabella di Kent.

Teniamo presente che la semplificazione del fondo galattico in termini di ellissi non dovrebbe pregiudicare il raggiungimento dei nostri obiettivi di simulazione in quanto ci proponiamo di ottenere immagini adeguate a

“testare” le tecniche di rivelazione di eventi che si sviluppano parallelamente. Queste ultime infatti non sono specializzate ad una particolare zona della galassia ma piuttosto mirano a rivelare gli eventi di microlensing nonostante la presenza di una fondo brillante sul quale gli eventi stessi si sovrappongono.

Nel simulare le nostre immagini, tenendo conto della fotometria di M31, abbiamo adottato allora un criterio di interpolazione tra isofote successive. Per calcolare la brillantezza superficiale prodotta dalla galassia in un generico punto della nostra immagine simulata abbiamo utilizzato lo schema mostrato in figura 2.6.

Questo metodo permette di realizzare un’immagine che abbia un andamento “continuo” anche nei valori dei pixel compresi tra due generiche ellissi.

Per schematizzare possiamo illustrare così i vincoli del problema:

1. vogliamo produrre un’immagine del fondo di $m \times n$ pixel assegnando ad ogni pixel il valore di brillantezza opportuno
2. le brillanze sono note solo per le posizioni nel cielo corrispondenti alle ellissi stabilite nel lavoro di Kent.
3. la scala del telescopio è tale da ottenere la corrispondenza di 0.3 arc-sec/pix

Se vogliamo determinare la magnitudine nel punto $P(i,j)$ (fig. 2.6), il primo passo da compiere è la determinazione dell’eccentricità dell’ellisse passante per quel punto attraverso la seguente formula:

$$ecc_P = \frac{(ecc_{P_2} - ecc_{P_1})}{(r_{P_2} - r_{P_1})} \times (r_{P_{ij}} - r_{P_1}) + ecc_{P_1} \quad (2.2)$$

dove ecc_{P_2} ed ecc_{P_1} sono rispettivamente l’eccentricità dell’ellisse successiva e precedente rispetto a quella passante per $P(i,j)$; r_{P_1} e r_{P_2} le distanze del centro dai punti P_1 e P_2 intersezione dell’ellissi con la retta passante per

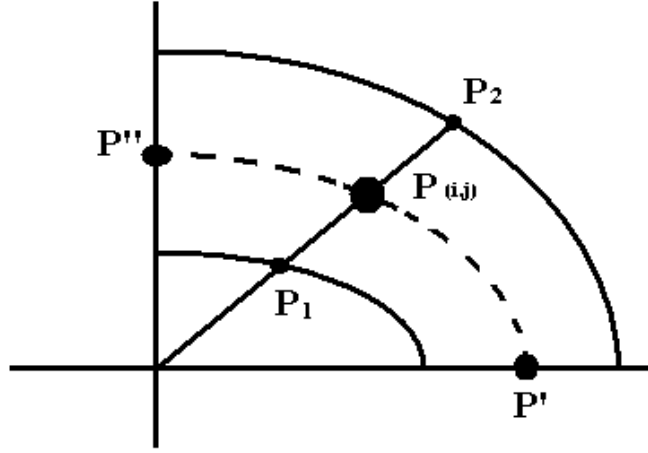


Figura 2.6. Geometria della ricostruzione dell' i -esimo punto delle immagini simulate.

$P(i,j)$. Dalla conoscenza dell'eccentricità si determinano i punti P' e P'' , intersezioni dell'ellisse passante per $P(i,j)$ con l'asse X e l'asse Y. Su questi punti si determinano i valori di magnitudine facendo un'interpolazione dei valori sulle ellissi considerate. Infine, questi valori sono stati utilizzati per ottenere il valore di magnitudine nel punto considerato, noto l'angolo θ tra la retta passante per l'origine e il punto $P(i,j)$ e l'asse X. In Appendice è riportata la routine, `M31_BCK`, che riproduce le immagini di fondo di M31. Il tipo di risultato ottenuto è mostrato quindi nella figura 2.7.

Per creare, quindi, un'immagine simulata della galassia di Andromeda è stata adottata un'ulteriore approssimazione che riguarda la simmetria rispetto al suo centro. Quindi se poniamo gli assi cartesiani centrati sul centro della galassia è sufficiente simulare un'immagine solo nel primo quadrante per ricostruire poi l'intera M31 sfruttando la simmetria dell'oggetto (vedi fig. 2.8).

Una volta approntata la procedura di calcolo è stata applicata per produrre due immagini a grande scala in modo da poterle poi riutilizzare per generare delle sottoimmagini a più piccola scala in funzione della richiesta sulla zona da simulare. La prima immagine, quadrata e posizionata sul primo

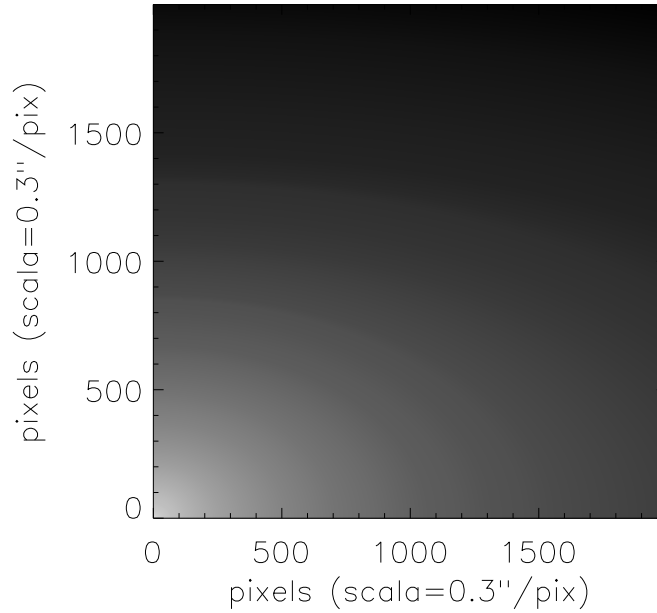


Figura 2.7. Immagine prodotta dalla routine M31_BCK. Si può notare che la magnitudine aumenta all'aumentare del raggio, corrispondendo ad un segnale via via più debole.

quadrante, simula la galassia M31 da 0 a 10 primi con la risoluzione spaziale corrispondente alla nostra situazione osservativa di 0.3 arcsec/pix. La seconda immagine è invece rettangolare, con l'asse maggiore lungo l'asse maggiore delle isofote, e copre le distanze angolari dal centro tra 10 a 15 primi.

Teniamo conto che le dimensioni del disco della galassia di Andromeda mappato dalla fotometria di Kent sono circa di 38 primi lungo l'asse minore, quindi le immagini che verranno prodotte non mapperanno l'intera galassia ma piuttosto la sola zona ritenuta più interessante per l'indagine sul microlensing che è compresa entro una quindicina di primi. In ogni caso è possibile, con un minimo tempo di calcolo in più, ampliare la regione mappata.

A partire dalle due immagini del fondo di M31 create dalla precedente routine, M31_BCK realizza l'immagine desiderata utilizzando i parametri di input che sono essenzialmente le dimensioni dell'immagine e le coordinate

dell'origine rispetto al centro della galassia. Poichè le immagini di M31, a partire dalle quali si costruisce l'immagine di fondo, sono relative al primo quadrante ($X > 0, Y > 0$), nella procedura di calcolo l'immagine finale sarà pensata nel modo più generale possibile e quindi come costituita da quattro parti, una parte per ogni quadrante.

Verrà poi considerata per ogni parte l'opportuna simmetria.

In altre parole la porzione dell'immagine che cade nel primo quadrante verrà estratta direttamente dalle immagini del fondo di M31, la parte nel secondo quadrante ($X < 0, Y > 0$) non è altro che la relativa parte nel primo simmetrica rispetto all'asse Y, la parte nel terzo ($X < 0, Y < 0$) è la relativa parte nel primo simmetrica rispetto al centro degli assi e la parte nel quarto ($X > 0, Y < 0$) è la parte nel primo simmetrica rispetto all'asse X.

La routine che genera il fondo di M31 a partire da due immagini della galassia è `SIM_BCK`, riportata in Appendice.

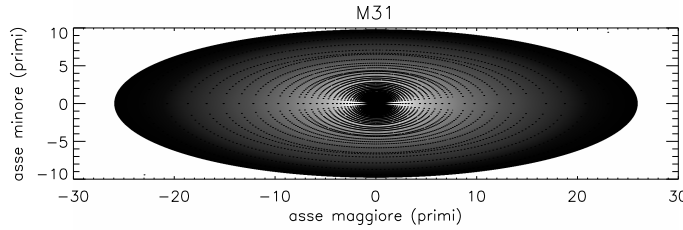


Figura 2.8. Immagine prodotta dalla routine `SIM_BCK`.

2.2.2 Fondo variabile

Dopo esserci occupati della generazione del fondo di brillantezza dovuto a M31, il prossimo passo da compiere è quello di tener conto delle condizioni ambientali ed atmosferiche. In particolare abbiamo pensato di simulare il contributo al fondo dovuto alla presenza di nuvolosità nel cielo e alla fase lunare. In questo modo fissato un numero di giorni di osservazione, che abbiamo tipicamente assunto 180 (intervallo di tempo in cui Andromeda è osservabile di

notte sopra l'orizzonte locale), si potranno selezionare solo quei giorni in cui le condizioni del cielo permettono di avere delle immagini utili. A questo proposito intenderemo come utili solo quelle immagini in cui la brillantezza del fondo cielo a lunghezze d'onda visibili non abbia a superare le 20 mag/arcsec². Questo valore, confrontato con i valori delle isofote di M31 fa capire quali parti della galassia sarebbero più facilmente osservabili in simili condizioni.

Per valutare il contributo lunare alla brillantezza del fondo consideriamo che il periodo orbitale della Luna intorno alla Terra è pari a circa 28 giorni. Le fasi lunari (nuova, primo quarto, piena, ultimo quarto) sono una diretta conseguenza di questo moto orbitale che fa variare la posizione lunare rispetto alla direzione Terra-Sole. È ovvio che in fase di Luna piena avremo una quantità di luce solare diffusa maggiore e quindi un fondo del cielo più brillante.

Per descrivere le fasi lunari e quindi la brillantezza del cielo in funzione del tempo abbiamo adottato una funzione di distribuzione con un andamento lineare i cui valori estremi (0 e 1) corrispondano al caso di luna nuova ed al caso di luna piena. Ad ogni angolo Luna-Terra-Sole, quindi, corrisponde una precisa fase lunare che è rappresentata da un valore di $\theta(t)$. La fase $\theta[0]$ di inizio delle osservazioni viene stabilita in maniera casuale dalla procedura di calcolo. Per quanto detto, la fase lunare nei giorni successivi al primo giorno di osservazione seguirà, dunque, la seguente funzione di distribuzione:

$$V_{phas}[i] = \frac{[1 + \sin(\theta[0] + \frac{imod28}{28} \times 2\pi)]}{2} \quad (2.3)$$

dove $imod28$ rappresenta il resto della divisione tra i , numero che rappresenta l'iesimo giorno, e 28.

L'altro aspetto che abbiamo preso in considerazione riguarda la copertura del cielo dovuta alla presenza di nuvole. Queste infatti hanno un ruolo importante nel diffondere la luce lunare e contribuiscono non poco all'aumento della radiazione di fondo.

Siccome questo fattore è completamente casuale, esso sarà ben rappresentato da un numero random compreso tra zero nel caso di cielo libero da nubi, e uno nel caso opposto di completa copertura.

Considerando quindi questi due fattori (fase lunare e copertura del cielo), non ci resta che adottare un criterio di selezione per i giorni utili all'osservazione. In base alla esperienza osservativa precedente abbiamo deciso di considerare giorni utili quelli con fase lunare minore di 0.7 e copertura del cielo minore di 0.6.

Nel seguito allora ci proponiamo di valutare la brillantezza del cielo per ogni giorno giudicato utile all'osservazione in modo da poter costruire la corrispondente immagine simulata.

Per la stazione osservativa del Toppo abbiamo assunto come valori di brillantezza dovuti alla Luna quelli tipici tabulati per altri siti osservativi in Italia. Quindi una volta noti i valori corrispondenti alla luna nuova, primo quarto, piena, ultimo quarto abbiamo proceduto ad un'interpolazione sinusoidale per ricavare i valori corrispondenti ad una generica notte d'osservazione.

$$sky_{now}[i] = sky_{bkg}[1] + (V_{phas}[i] - moon_{ph}[1]) \frac{(sky_{bkg}[2] - sky_{bkg}[1])}{(moon_{ph}[2] - moon_{ph}[1])} \quad (2.4)$$

dove sky_{now} e V_{phas} rappresentano la brillantezza del cielo e la fase della luna dell'iesimo giorno mentre $sky_{bkg}[1]$ e $sky_{bkg}[2]$ rappresentano i valori noti della brillantezza del cielo alle fasi $moon_{ph}[1]$ e $moon_{ph}[2]$ considerate. Gli indici 1 e 2 indicano che stiamo considerando il valore di brillantezza e di fase lunare, noto dalle tabulazioni, immediatamente precedente e successivo all'iesimo giorno considerato.

Se indichiamo con α (vedi la routine n.4 in Appendice) il contributo, espresso in unità della brillantezza del cielo sereno, alla brillantezza del fondo quando il cielo è tutto coperto, allora possiamo determinare, nota la copertura del cielo in una data notte di osservazione, la frazione α_1 di questa brillantezza che possiamo attribuire alla presenza di nuvole:

$$\alpha_1 = \alpha Vclou(i) \quad (2.5)$$

dove con $0 < Vcloud(i) < 1$ indichiamo il vettore contenente la copertura del cielo nell' i -esimo giorno utile all'osservazione.

Il contributo al fondo cielo che dipende dal tempo lo andremo quindi a calcolare per ogni notte di osservazione utile come somma dei due contributi precedentemente discussi.

2.2.3 Fondo dovuto alle stelle “fisse”

Nella situazione osservativa che andiamo a simulare, dobbiamo prevedere la presenza nel nostro campo osservativo di stelle, cosiddette “fisse”, che appartengono alla nostra Galassia e che si interpongono tra noi ed M31.

Queste sono evidentemente quelle intercettate sulla particolare linea di vista scelta per le osservazioni. Dato che le fluttuazioni poissoniane del fondo di M31 sono tali da non permettere la rivelazione di stelle con magnitudine apparente visuale maggiore di $m_V=21$, abbiamo deciso di utilizzare per le nostre simulazioni solo stelle con m_V compresa tra 21 e 18.

Si noti che a circa 20 gradi di latitudine galattica, corrispondenti alla direzione in cui si trova M31, la densità di stelle con magnitudine visuale minore di $m_V = 21$ è mediamente pari a $10^{4.8}$ stelle per grado quadrato (Allen pag. 243)[14]. Siccome in un'immagine di 2000^2 pixel, considerando la scala del telescopio uguale a 0.3 primi/pix , riusciamo a osservare un campo di $10' \times 10'$ il che fa sì che ci aspettiamo di ritrovare nelle nostre immagini circa 1500 stelle appartenenti alla nostra Galassia, distribuite in magnitudine secondo una data funzione di distribuzione in magnitudine (vedi più avanti eq. 2.6).

Con queste premesse, se simuliamo un'immagine in direzione del bulge di M31 abbiamo un numero non particolarmente alto di stelle facilmente visibili

sull'immagine perchè la maggior parte delle stelle è di bassa luminosità e quindi appaiono difficilmente distinguibili rispetto al fondo brillante di M31.

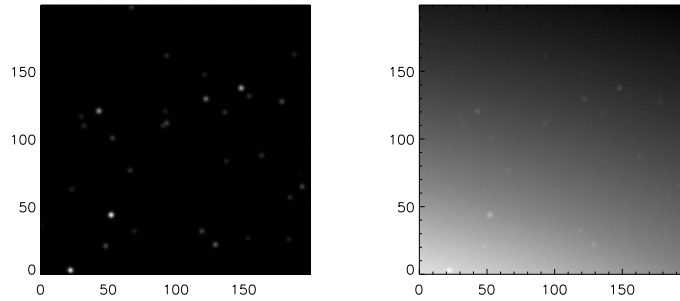


Figura 2.9. Parte dell'immagine simulata di dimensioni 400×400 pixel. Sulla sinistra abbiamo le sole stelle “fisse” appartenenti alla nostra Galassia, mentre a destra è mostrata la stessa immagine con l'aggiunta del fondo prodotto dal M31.

Si noti che la presenza nelle immagini di stelle risolte della nostra Galassia è da considerarsi come un vantaggio giacchè sono proprio queste stelle che hanno una funzione di riferimento spaziale e quindi permettono di correlare due immagini della stessa regione di cielo fatte in momenti diversi e con situazioni osservative diverse. Infatti bisogna pensare che, anche se puntiamo col telescopio la stessa regione di cielo, non saremo mai in grado di piazzare gli stessi pixel della CCD esattamente sulle stesse stelle. Dobbiamo pensare che, in generale, due immagini potranno differire per una serie di fattori che sono legati a spostamento (shift) del centro dell'immagine, a piccole rotazioni nel posizionamento della CCD, a piccole variazioni di scala indotte dall'uso di ottiche diverse davanti alla CCD o a deformazioni meccaniche delle stesse ottiche col tempo.

È chiaro che il numero di stelle che comparirà in una data immagine dipenderà dalle dimensioni della stessa e quindi dal campo coperto in cielo. In generale il numero di stelle N_* che ci si aspetta in una immagine dipende dalla densità di stelle e dal campo di vista coperto nel cielo dalla CCD. In formula avremo che

$$N_* = \Sigma_* (s n_{pix})^2$$

dove con Σ , s , n_{pix} abbiamo indicato rispettivamente: la densità superficiale di stelle, la scala del telescopio, e la dimensione in pixel del lato della CCD. I valori previsti per le campagne osservative portano alla stima già accennata sopra di 350 stelle per immagine.

Per simulare le stelle del campo abbiamo adottato il criterio di posizionarle a caso nell'immagine, ma di distribuirle in magnitudine allo stesso modo in cui mostrano di essere distribuite le magnitudini apparenti delle stelle della Galassia e cioè secondo la seguente funzione di distribuzione [8]:

$$FCN(x) = 10^{(\alpha x)} \propto \frac{\log 10}{10^{(\alpha m_{max})} - 10^{(\alpha m_{min})}} \quad (2.6)$$

dove m_{min} e m_{max} sono rispettivamente la magnitudine apparente minima e massima che le stelle possono avere e α è la pendenza della funzione di distribuzione della luminosità delle stelle. Snell ha ricavato empiricamente per α un valore pari a 0.5. [8]

Per far sì che le magnitudini stellari seguissero la legge di distribuzione di cui abbiamo detto, abbiamo utilizzato un campionamento di tipo Monte Carlo adottando l'algoritmo di Metropolis [15]. La routine che abbiamo preparato a questo scopo e che abbiamo utilizzato per collocare le stelle opportunamente sulle figure precedenti ?? è METROPOLIS. Questa è riportata insieme alle altre in Appendice.

2.3 Generazione degli eventi

Abbiamo già visto nel precedente capitolo che quando effettuiamo delle osservazioni in direzioni di galassie anche relativamente vicine, come quella di Andromeda, non è più possibile rivelare il *lensing* con la tecnica delle stelle risolte. Tuttavia è possibile applicare la tecnica del pixel lensing in regime

“semiclassico” (vedi più avanti) che potenzialmente può fornire molte delle informazioni che si possono dedurre dagli eventi su stelle risolte, tra cui la misura dei tempi scala individuali di eventi di *lensing* [9].

Per chiarire questo punto diciamo che il pixel lensing, che corrisponde al microlensing gravitazionale di stelle non risolte, si può presentare in due situazioni differenti, dette anche “regimi”, che sono dettate dalle limitazioni di tipo osservativo a cui si va incontro:

1. regime semiclassico: quando è ancora possibile misurare i tempi scala di ogni singolo evento rivelato;
2. regime spike: quando non si possono stimare i tempi scala del singolo evento.

Se ci troviamo nella seconda situazione i punti di campionamento corrispondenti alla regione di curva di luce che subisce l’amplificazione sono molto pochi e le conclusioni che si possono trarre circa l’evento di lente gravitazionale saranno affette da un maggiore incertezza rispetto al primo caso in cui invece l’osservazione ha potuto fornire molti punti sulla curva di luce dell’evento.

Per meglio illustrare, quindi, la differenza fra il microlensing di stelle risolte e quello di stelle non risolte ed evidenziare le difficoltà che sorgono in quest’ultimo caso, proponiamo di seguito alcune formule ricavate da Gould nel 1996.

Il flusso totale, osservato nell’istante di tempo t , di una stella soggetta a microlensing è il seguente:

$$F(t; t_0, \beta, \omega, F_0, B) = F_0 A(t; t_0, \beta, \omega) + B' \quad (2.7)$$

dove:

t_0 è il tempo di amplificazione massima;

β è il parametro d'impatto, in unità del raggio di Einstein R_E ;

ω è l'inverso del tempo di attraversamento dell'anello di Einstein, $\omega = t_E^{-1}$;

F_0 è il flusso proveniente dalla stella quando non è “lensata”;

B è il flusso del *background*, cioè del fondo, definito dalla equazione:

$$B = F_0 + B' \quad (2.8)$$

essendo B' il flusso totale proveniente da altri oggetti che non partecipano all'evento, ma il cui contributo si somma al flusso della stella “lensata” sull'immagine CCD;

A è l'amplificazione del flusso dovuta alla presenza del MACHO. Secondo quanto risulta dalle previsioni teoriche [18], A ha la seguente espressione:

$$A(x) = \frac{x^2 + 2}{x(x^2 + 4)^{1/2}} \quad (2.9)$$

con

$$x^2 = \omega^2(t - t_0)^2 + \beta^2 \quad (2.10)$$

Per il *microlensing* di stelle risolte, B' può ritenersi trascurabile proprio perchè ogni stella appare separata dalle altre, cosicchè direttamente dalla curva di luce si è in grado di ricavare, oltre alla durata dell'evento, l'amplificazione A e quindi risalire ai parametri del MACHO.

In campi stellari molto densi, invece, non è possibile assumere $B' \approx 0$ perchè il flusso osservato non coincide con quello della stella effettivamente soggetta al fenomeno di lente gravitazionale. Dal momento che, in questo caso, solo B è noto, la 2.7 viene modificata nel modo seguente:

$$F(t; t_0, \beta, \omega, F_0, B) = F_0[A(t; t_0, \beta, \omega) - 1] + B \quad (2.11)$$

Di conseguenza, mentre nel *microlensing* di stelle risolte si è sensibili ad eventi con amplificazione massima modesta (per esempio, $A_{MAX} \sim 2$), quando le stelle non sono risolte, ma fortemente addensate le une sulle altre, gli eventi rivelabili sono quelli per i quali l'amplificazione è molto grande (vedi figura 2.10), ovvero quando accade che $\beta \ll 1$ [11] e quindi la linea di vista passa molto vicina alla massa lensante. In particolare, si può stimare che, in direzione di M31, non possono essere rivelati eventi che si verifichino per $\beta > 1/4$ [9]. Per confronto, vale la pena ricordare che per rivelare il *microlensing* classico su una singola stella è sufficiente un parametro d'impatto dell'ordine dell'unità.

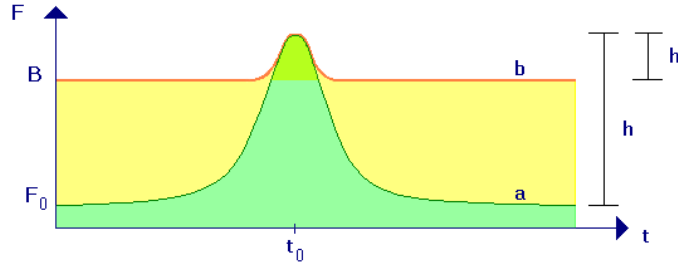


Figura 2.10. Rappresentazione schematica di un evento di pixel lensing. La curva *a* rappresenta il flusso di una stella singola soggetta al *microlensing*. La curva *b* invece mostra il flusso effettivamente osservato quando si aggiunge il contributo di altre sorgenti, prossime alla linea di vista della stella, ma che non partecipano all'evento. La variazione massima del flusso stellare rispetto al valore costante F_0 è indicata con h . Con h' indichiamo invece il salto, oltre il valore di *background*, compiuto dal flusso osservato.

2.3.1 Simulazione di Monte Carlo

A questo punto ci siamo domandati come scegliere gli eventi di lensing da sovrapporre alle nostre immagini. Per far questo abbiamo utilizzato i risultati ottenuti attraverso l'uso di un modello teorico sviluppato da Ingrosso, Nucita, De Paolis, per calcolare la frequenza con cui, nelle diverse posizioni scelte su M31, si verificano eventi di lensing.

Questo metodo ovviamente parte dall'adozione di un particolare modello

di Galassia costituita da più popolazioni di oggetti, nella quale in particolare è presente una popolazione di MACHOs con una propria dinamica.

Per descrivere gli eventi effettivamente attesi è stata approntata una simulazione utilizzando il metodo di Monte Carlo che, attraverso la scelta di opportune funzioni di distribuzioni di probabilità, permette di ottenere informazioni sui parametri degli eventi di microlensing. La tecnica utilizzata consiste, quindi, nell'estrarre, fissate le dimensioni del campo di osservazione, i diversi parametri degli eventi. Questi sono essenzialmente:

1. la classe di appartenenza della lente: la lente può appartenere o al bulge, al disco, all'alone di M31 oppure all'alone della nostra Galassia
2. la posizione della lente rispetto all'osservatore: essa è caratterizzata dalla definizione di tre grandezze S_l , l_l e b_l , che sono rispettivamente la distanza lineare della lente dall'osservatore e le coordinate galattocentriche dell'osservatore
3. la velocità v della lente: essa dipende dalla classe di appartenenza delle lente.
4. la massa delle lente: questa è scelta in base alla funzione di massa iniziale di Salpeter [16]
5. Classe di appartenenza della sorgente: come nel caso della lente, la sorgente può appartenere sia al bulge che al disco di M31.
6. Posizione della sorgente (S_* , l_* , b_*), che sono rispettivamente la distanza lineare della sorgente dall'osservatore e le coordinate galattocentriche della lente.
7. Luminosità della sorgente.

La simulazione così fatta ha dato indicazioni su diversi aspetti del nostro problema. In primo luogo, tenendo conto della classe di appartenenza delle

sorgenti e delle lenti, ha fornito, pixel per pixel, i valori più probabili del tempo di Einstein, t_E e dell'amplificazione massima, A_{max} . Dagli istogrammi ottenuti, visibili nelle figure 2.11-2.12,

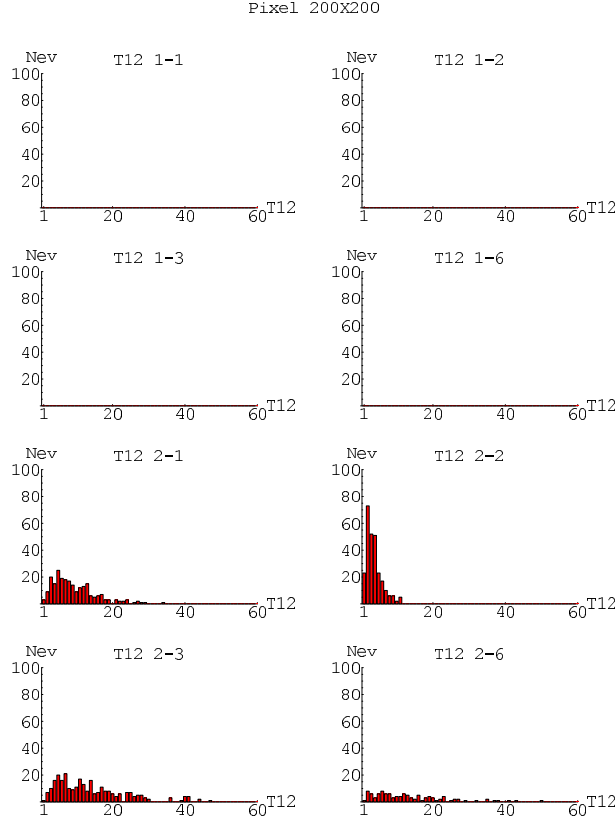


Figura 2.11. In questi istogrammi vengono rappresentati il numero di eventi, N_{ev} in funzione del tempo di durata, in base al superpixel considerato. Per superpixel si deve intendere un pixel fittizio composto da 7×7 pixel reali sulla CCD. I numeri in alto a destra, in ogni istogramma, indicano tra quali popolazioni di stelle avviene l'evento: 1- Bulge di M31; 2- Disco di M31; 3- Alone di M31; 6- Alone della nostra Galassia. Secondo le assunzioni fatte da Nucita et al. in questa figura il superpixel considerato ha coordinate $[200, 200]$ pixel, che nel nostro lavoro corrisponderebbe al superpixel di coordinate $[0, -200]$

si può notare che il contributo di ciascuna classe al numero totale di eventi varia con la posizione spaziale. In particolare si osserva una tendenza ad un aumento del numero di eventi man mano che ci si sposta verso il centro di M31. Questo è giustificato dal fatto che le estrazioni delle posizioni delle lenti e delle sorgenti sono effettuate nel Monte Carlo attraverso funzioni di

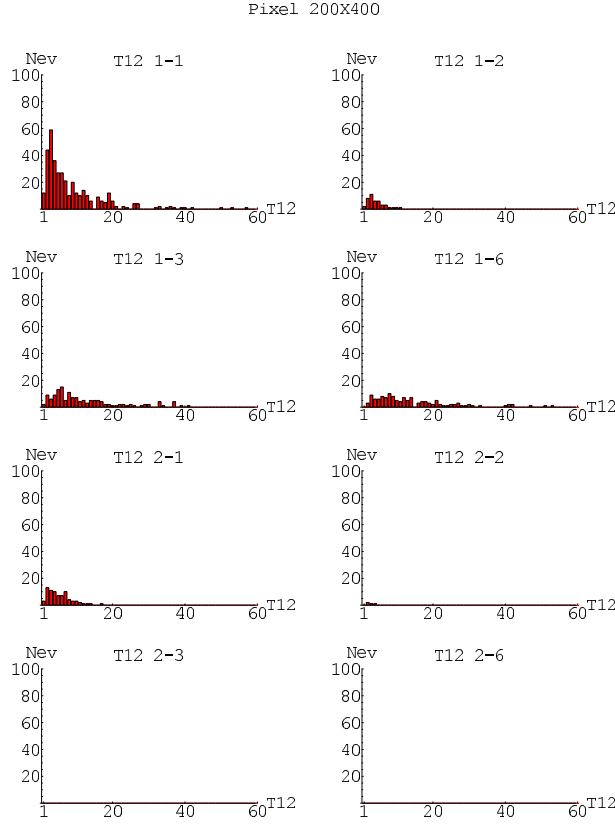


Figura 2.12. Come in fig. 2.11. In questo caso viene perso in considerazione il superpixel di coordinate $[0,0]$

distribuzioni dipendenti dalla densità di colonna degli oggetti. È ovvio quindi aspettarsi un numero maggiore di eventi là dove è maggiore la densità di colonna.

Nelle figure 2.17-2.18, abbiamo riportato il numero di eventi attesi in funzione dell'amplificazione massima. In particolare in queste figure gli eventi sono stati classificati in eventi di self-lensing (dovuti alle stesse stelle della galassia M31) ed eventi di dark-lensing dovuti a MACHOs distribuiti o nell'alone di Andromeda o in quello della nostra Galassia.

Un secondo risultato di questo studio di previsione teorica è la identificazione, attraverso curve di livello, delle zone più favorevoli all'osservazione di eventi di microlensing. Questa mappatura di M31 può evidentemente anche essere utilizzata da noi per produrre le nostre immagini simulate in varie

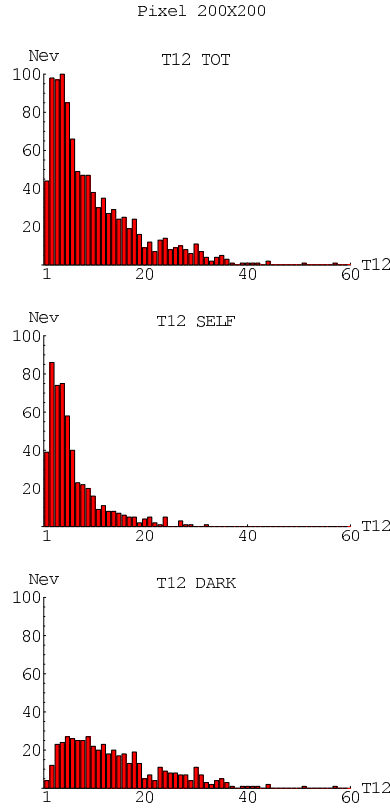


Figura 2.13. In questa figura viene graficata la somma degli eventi in funzione del tempo per il superpixel $[0, -200]$, dove Tself indica la somma degli eventi dovuti al self-lensing (evento stella-stella); Tdark è la somma degli eventi di dark-lensing (evento stella-macho). Infine Ttot è la somma dei due precedenti contributi.

posizioni di M31. Anche qui si può notare (vedi figura 2.19) come la distribuzione del numero di eventi cresce avvicinandosi al centro di M31. Da questi risultati e in base a considerazioni sulle figure descritte in precedenza si comprende che la regione di Andromeda più favorevole all'osservazione è posizionata nei pressi del bulge della galassia. Questo è il frutto di un bilanciamento tra il vantaggio di avere più eventi in vicinanza del centro galattico e lo svantaggio di avere un fondo che diventa particolarmente brillante in prossimità del nucleo di M31.

In base ai risultati statistici ottenuti dal modello teorico che qui abbiamo solo sommariamente descritto, abbiamo potuto sovrapporre alle nostre immagini simulate (fondo più stelle fisse) un certo numero di eventi il cui flusso

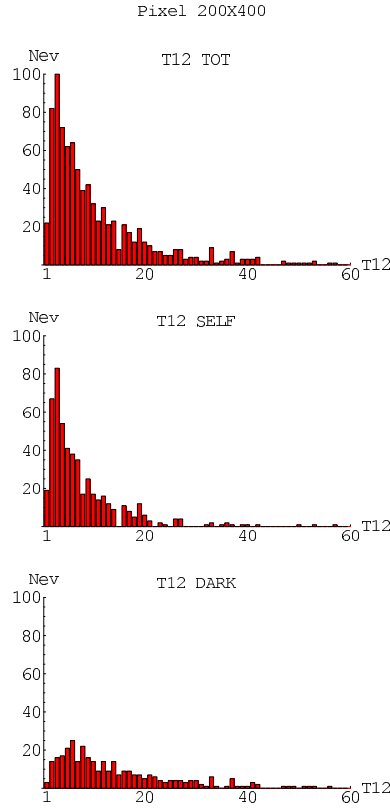


Figura 2.14. Come in fig. 2.13. In questo caso, però, il superpixel considerato ha coordinate $[0,0]$

nel tempo segue regole descritte dalle formule che abbiamo riportato prima.

2.3.2 Il seeing

Abbiamo già accennato al fatto che le osservazioni al suolo, anche in condizioni atmosferiche ideali, sono sempre soggette ad importanti limitazioni che è bene considerare nel simulare le nostre serie di immagini dedicate alla rivelazione di eventi di lensing. Il parametro che si utilizza per descrivere la qualità del cielo astronomico è il “seeing”, che non è altro che una misura della dimensione angolare sotto la quale appare un oggetto puntiforme (p.es. una stella) nel luogo ed al tempo dell’osservazione. Già questa definizione mette in luce che si tratta di una grandezza che cambia a seconda del luogo e del tempo di osservazione. Aggiungiamo che esso è influenzato soprattutto

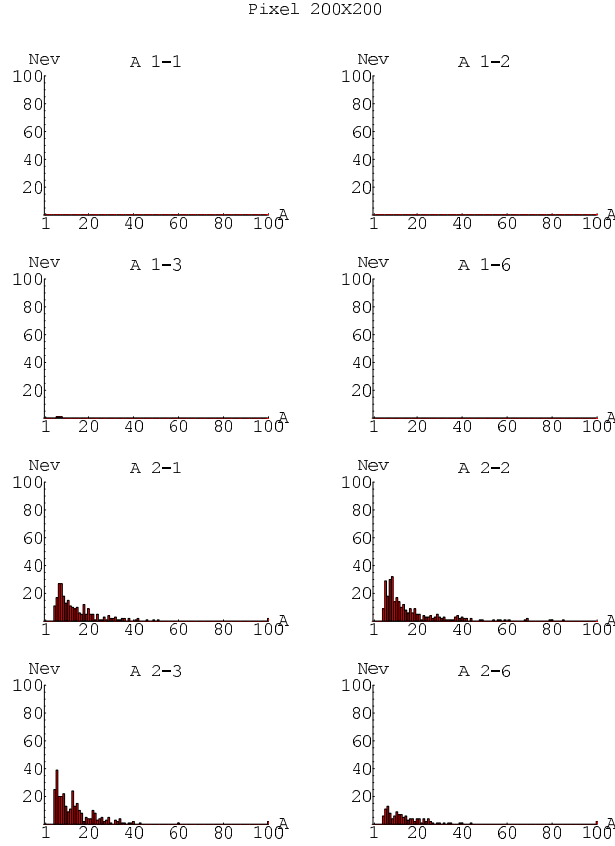


Figura 2.15. In questi istogrammi vengono rappresentati il numero di eventi, N_{ev} , in funzione dell'amplificazione, per il superpixel di coordinate $[0, -200]$.

dalla struttura termica dell'atmosfera, dalla sua turbolenza al disopra del luogo di osservazione ed è espresso in termini di angolo sotteso sul cielo da un oggetto puntiforme.

Abbiamo già visto come il seeing determini il criterio di accoppiamento ottico tra rivelatore e telescopio. Qui riconsideriamo questo parametro per introdurre, nel nostro modo di simulare le immagini, anche la presenza degli effetti dovuti all'atmosfera.

Nella atmosfera infatti la turbolenza ed i gradienti di temperatura inducono variazioni dell'indice di rifrazione che quindi portano ad un "corrugamento" del fronte d'onda piano che raggiunge l'alta atmosfera, per cui il fronte d'onda che viene raccolto dal telescopio appare deformato e di forma variabile nel tempo. Per conseguenza, l'immagine risultante al piano focale

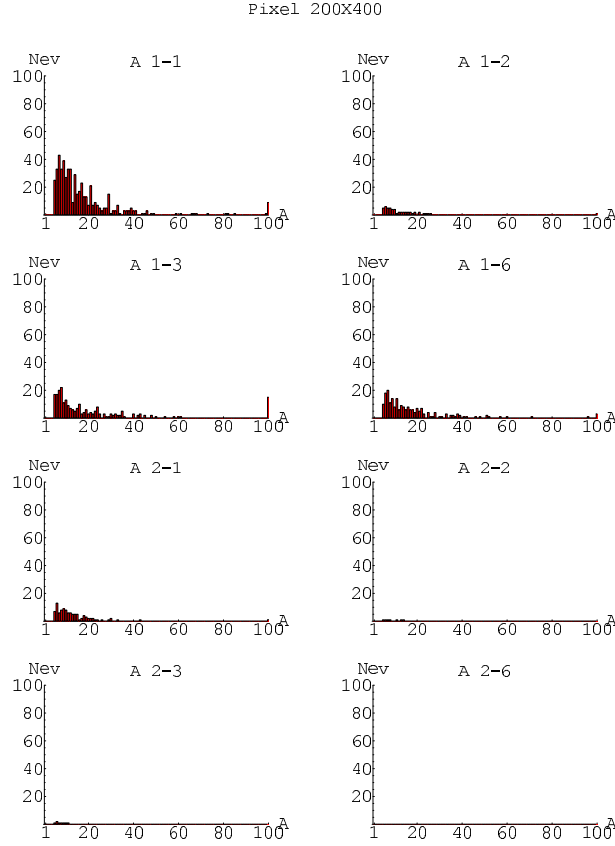


Figura 2.16. Come in fig. 2.15. In questo caso, però, il superpixel considerato ha coordinate $[0,0]$

del telescopio fluttua irregolarmente, dando luogo ad una distribuzione della luce raccolta dalla stella a forma di disco esteso, detto “disco di *seeing*”. Le dimensioni di tale disco, solitamente espresse in secondi d’arco, danno un’idea della qualità del sito di osservazione, tenendo presente che per luoghi di osservazione al suolo, detti anche *ground based*, l’immagine è considerata “buona” quando il *seeing* è minore o uguale a un secondo d’arco.

A causa del *seeing*, quindi, l’immagine di una stella potrà sparpagliarsi su un certo numero di pixel con conseguente distribuzione della brillantezza secondo una funzione caratteristica, detta PSF (da *Point Spread Function*), che l’esperienza ci mostra avere un andamento quasi gaussiano.

In altri termini possiamo pensare la PSF come la risposta impulsiva del nostro apparato osservativo (ottica della camera, telescopio, atmosfera) che

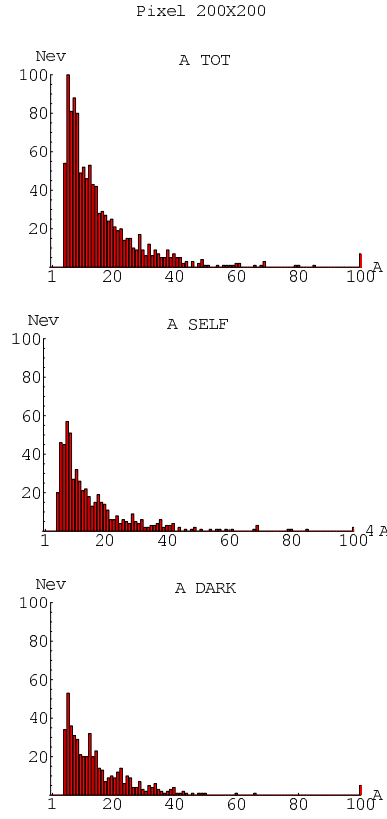


Figura 2.17. Numero totale di eventi attesi in funzione dell'amplificazione massima per il superpixel di coordinate $[0, -200]$

determina il limite di risoluzione spaziale ottenibile. Per una PSF gaussiana l'elemento di risoluzione, solitamente indicato con Ω_{PSF} ed espresso in pixel o in secondi d'arco al quadrato, è definito dalla seguente espressione:

$$\Omega_{PSF} = 4\pi\sigma^2 \quad (2.12)$$

dove σ rappresenta la semiampiezza della gaussiana. Alla semiampiezza critica $\sigma = 1$ pixel, Ω_{PSF} è pari a 12.6 pixel quadrati: significa che, in tale situazione, non si possono separare stelle i cui centroidi distino meno di ≈ 3.5 pixel perché altrimenti non sarebbero più riconoscibili i due picchi delle gaussiane. Al di sotto del limite teorico definito da Ω_{PSF} , il campo stellare si dirà quindi “non spazialmente risolto”.

Assumeremo nel seguito il valore del *seeing* coincidente con il diametro della PSF. Si usa spesso indicare l'ampiezza della PSF facendo riferimento

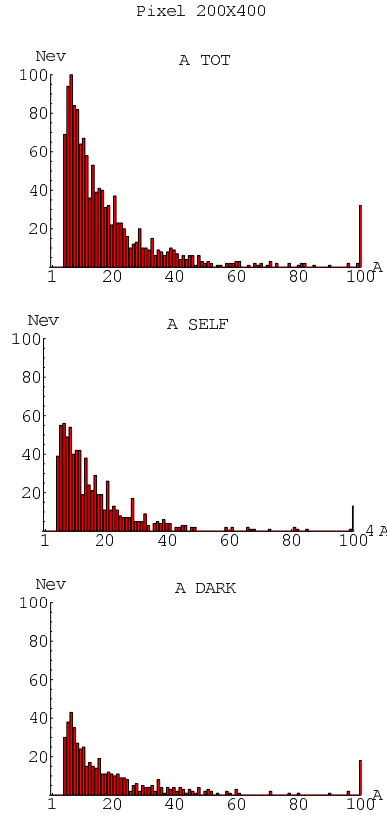


Figura 2.18. Come in fig. 2.17. In questo caso, però, il superpixel considerato ha coordinate $[0,0]$

all'ampiezza a metà altezza che viene anche indicata con FWHM, acronimo di *Full Width at Half Maximum*. Poiché il *seeing* si misura tradizionalmente in secondi d'arco, mentre la FWHM è una lunghezza espressa in pixel, la corrispondenza si trova esprimendo il *seeing* in pixel, nota la scala dell'immagine, cioè noti i secondi d'arco corrispondenti alla dimensione del lato di un pixel.

Convoluzione delle immagini

Ci proponiamo ora di realizzare le nostre simulazioni considerando anche il fatto che il *seeing* potrà variare giorno per giorno durante il periodo osservativo. Per far ciò scegliamo opportunamente un valore massimo e uno minimo di *seeing* espresso in secondi d'arco in modo da utilizzare un intervallo di valori che siano tipici del sito osservativo scelto.

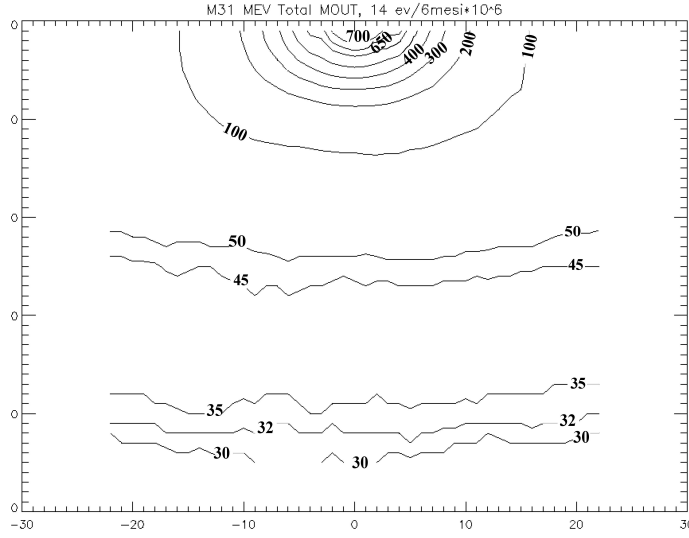


Figura 2.19. Curve di livello che indicano il numero di eventi di lensing attesi, su un intervallo di 180 giorni, in direzione di M31.

Ad ogni giorno utile per le osservazioni allora associeremo un valore di seeing estratto in maniera “random” da una distribuzione costante, riservandoci di considerare poi in un secondo momento una distribuzione dei valori del seeing che descriva meglio la situazione reale al Toppo di Castelgrande.

A questo punto un’immagine viene simulata producendo prima il fondo di cui abbiamo parlato nei paragrafi 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3 poi considerando la degradazione della risoluzione spaziale dell’immagine dovuta al seeing. Quest’ultima operazione corrisponde alla convoluzione della nostra immagine con la funzione del seeing (la PSF) che abbiamo introdotto nella precedente sezione. È interessante notare che la convoluzione di cui stiamo parlando non avrà effetto rilevante sui fondi diffusi prodotti sia da M31 che dalla luce lunare diffusa, mentre sarà determinante per le immagini stellari che assumeranno quindi un aspetto tanto più “diffuso” quanto più grande sarà il valore del seeing. E questo perchè la dimensione spaziale della PSF (la sua FWHM) è molto più piccola della dimensione spaziale entro cui il valore dei fondi diffusi varia.

Quindi l'algoritmo utilizzato prima posiziona le singole stelle con il corrispondente valore di flusso su un singolo pixel e dopo ridistribuisce il flusso pesandolo su tutti i pixel interessati dalla convoluzione con la PSF. La “degradazione” del frame che ne deriva è quindi il risultato della convoluzione tra due funzioni.

Questa è definita, tra due funzioni continue f e g di due variabili reali x e y , dalla seguente relazione:

$$h(x,y) = f \otimes g = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta) g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (2.13)$$

dove col simbolo $\otimes$ abbiamo indicato l'operazione di convoluzione tra f e g .

Nel caso discreto, da noi utilizzato a causa della discretizzazione delle immagini, la convoluzione è simile a quella tra funzioni continue, eccetto che le variabili spaziali assumono valori discreti e l'integrale doppio è sostituito da una doppia sommatoria. L'equivalente convoluzione tra due funzioni discrete F e G è pertanto definita da:

$$H(i,j) = F \otimes G = \sum_m \sum_n F(m,n) G(i - m, j - n) \quad (2.14)$$

La funzione G viene detta “kernel”. Nel caso particolare delle immagini digitali, che rientra nel nostro interesse, il dominio di definizione di G deve essere contenuto in quello di F .

Convoluzione digitale

Un'immagine digitale è costituita da un insieme ordinato di dati numerici e può pertanto essere elaborata mediante operatori matematici.

Nel caso della convoluzione dobbiamo stabilire un *kernel*, detto anche “nucleo di convoluzione”, che è una matrice quadrata, di dimensioni $M \times M$ pixel, con M molto minore delle dimensioni dell'immagine a cui deve essere

applicato. Nel nostro caso abbiamo utilizzato valori dispari di M in modo da avere un kernel simmetrico rispetto al pixel centrale.

Con un kernel così fatto di ampiezza paragonabile a quella del seeing, abbiamo proceduto a convolvere la nostra immagine centrando di volta in volta su ogni pixel, di coordinate (x,y) , il nostro kernel in modo tale che l'intervallo

$$I = \left[x - \frac{M-1}{2}, x + \frac{M-1}{2} \right] \times \left[y - \frac{M-1}{2}, y + \frac{M-1}{2} \right] \quad (2.15)$$

sia interamente contenuto nell'immagine. Il kernel agisce su di esso assegnandogli, nell'immagine di output, il valore risultante dalla somma pesata dei valori d'intensità dei pixel dell'immagine di input appartenenti all'intorno I .

I “pesi” sono i valori del kernel allineati con i pixel dell'intorno [13]. A tal proposito, è esplicita la figura 2.20; un fattore di scala costante C è applicato dopo la somma pesata affinché sia garantita la conservazione dell'energia sulle due immagini: il kernel viene normalizzato all'unità, quindi $C = \frac{1}{(\text{somma dei pesi})}$.

Nel nostro caso abbiamo utilizzato come kernel una funzione gaussiana che si adatta bene a descrivere in prima approssimazione la funzione di distribuzione spaziale della brillantezza delle stelle. La σ della gaussiana usata per la convoluzione è calcolata in funzione del valore del seeing determinato per ogni giorno di osservazione.

2.4 Allineamento geometrico

La procedura di acquisizione di un'immagine al telescopio prevede che quest'ultimo venga puntato, con una certa accuratezza, nella direzione desiderata. Se ottenessimo due immagini con due puntamenti diversi del telescopio

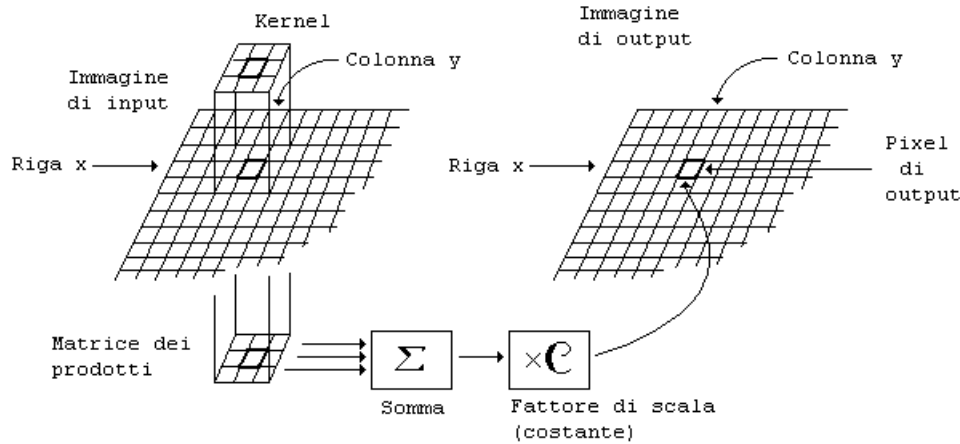


Figura 2.20. Convoluzione digitale con un kernel 3×3 . I valori dell'intorno, centrato su (x,y) , vengono moltiplicati per i corrispondenti valori del kernel. La somma dei prodotti ottenuti, moltiplicata per il fattore di scala, costituisce il valore del pixel di output, nella stessa posizione (x,y) .

sulla stessa regione di cielo, queste non sarebbero mai immediatamente sovrapponibili per l'inevitabile intervento degli errori di puntamento del telescopio. Possiamo anche immaginare che eventuali operazioni di manutenzione della camera CCD, corrispondenti a smontaggi e montaggi meccanici, inducano differenze di posizionamento tra immagini successive. Infine, altre deformazioni delle immagini possono essere indotte dalle ottiche del telescopio (filtri, lenti etc.) che potrebbero cambiare col tempo.

Ovviamente, siccome idealmente vogliamo evidenziare gli eventi di microlensing attraverso semplici differenze di immagini ben allineate tra loro, questo mette in crisi la nostra tecnica di rivelazione a meno che non siamo in grado di poter correggere questo tipo di errori che si traducono essenzialmente in traslazioni, rotazioni e piccole deformazioni dell'immagine.

La prima necessità che si presenta a chi voglia analizzare una serie di immagini ottenute al telescopio è quindi di allineare le immagini mediante delle trasformazioni geometriche delle stesse.

Noi siamo nella situazione inversa di chi vuole simulare la serie di immagini che si possono ottenere al telescopio e quindi si pone il problema non di correggere, ma di introdurre traslazioni, rotazioni e piccole deformazioni delle immagini che via via vengono realizzate per costituire una serie temporale. Tuttavia è utile ripercorrere i passi necessari per ripristinare l'allineamento tra diverse immagini prima di procedere all'analisi per mettere in luce le sole differenze tra immagini.

Quando l'osservatore dispone di molte immagini disallineate, dovrà scegliere un *frame* di riferimento utilizzando, p.es., il criterio del *seeing* in modo tale che tutti gli altri frames dovranno essere poi allineati rispetto ad esso.

Per portare due *frames* sullo stesso sistema di coordinate, in linea di principio, sarebbero sufficienti tre stelle corrispondenti nelle due immagini; dalle posizioni di tali stelle sarebbe possibile risalire alla trasformazione da effettuare sull'immagine da allineare. Tuttavia, una maggiore precisione nella determinazione dei parametri dell'allineamento si ottiene se il numero degli oggetti selezionati come riferimento è molto maggiore di tre. Per il fit dei parametri della trasformazione potranno poi essere considerate di volta in volta tutte le possibili terne di tali oggetti.

Si procede quindi selezionando nelle due immagini (quella di riferimento e quella da allineare) solo oggetti opportuni, cioè stelle brillanti, che siano relativamente distanti fra loro, che abbiano un alto rapporto segnale-rumore, ma non siano saturate. Le stelle scelte, corrispondenti nei due *frames*, vengono infine utilizzate per stimare i coefficienti polinomiali della trasformazione lineare (*vedi* oltre, equazione 2.26) che permette di portare le posizioni di tutti gli oggetti nelle due immagini a coincidere tra loro. Tali coefficienti tengono conto dei parametri di traslazione, rotazione, *shear* e magnificazione.

2.4.1 Trasformazioni affini

Un'immagine digitale è una matrice bidimensionale di numeri reali; ogni elemento della matrice corrisponde a un valore d'intensità del pixel che lo rappresenta.

Per allineare geometricamente due immagini consideriamo le trasformazioni affini, una particolare sottoclasse delle trasformazioni lineari, le quali hanno la proprietà di trasformare punti in punti e rette in rette. Nel nostro caso, ogni singolo pixel fa le veci del punto geometrico, con la differenza che il punto è un'entità minima priva di dimensioni invece il pixel è dotato di un'area. Di conseguenza, tali trasformazioni saranno applicate sui pixel, intesi come punti discreti appartenenti al dominio dell'immagine da trasformare.

Trasformazioni affini dirette

Le trasformazioni affini, dette anche *affinità*, includono le trasformazioni geometriche di traslazione, rotazione, *shear* e magnificazione.

Se indichiamo con x la colonna e con y la riga, l'elemento di matrice presente nella posizione (x,y) è rappresentato da un pixel nella stessa posizione. Si può effettuare una trasformazione che sposta il pixel nella nuova posizione (x',y') .

Nel caso di una traslazione delle quantità dx orizzontalmente e dy verticalmente, ogni pixel (x,y) dell'immagine di partenza sarà collocato nella posizione (x',y') dell'immagine trasformata, così definita:

$$\begin{aligned}x' &= x + dx \\ y' &= y + dy\end{aligned}\tag{2.16}$$

Se ogni pixel è ruotato di un angolo θ attorno all'origine, assumendo tale angolo positivo quando la rotazione avviene in senso antiorario, le nuove coordinate sono le seguenti:

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta \quad (2.17)$$

La magnificazione invece agisce come una riscalatura in x e/o in y delle coordinate di ogni pixel:

$$\begin{aligned} x' &= m_x x \\ y' &= m_y y \end{aligned} \quad (2.18)$$

dove abbiamo indicato con m_x ed m_y il fattore di magnificazione rispettivamente in x e in y.

Lo *shear*, infine, trasforma x e y come segue:

$$\begin{aligned} x' &= x + s_x y \\ y' &= y + s_y x \end{aligned} \quad (2.19)$$

dove s_x ed s_y sono i parametri di *shear*.

Tali trasformazioni possono agire contemporaneamente ² e, in ogni caso, assumiamo che i parametri dx , dy , θ , m_x , m_y , s_x , s_y siano gli stessi per tutti i pixel dell'immagine.

Affinché diventi più semplice “maneggiare” le trasformazioni geometriche considerate e la loro composizione, conviene trattare il problema con un formalismo matriciale.

Un punto X di coordinate (x, y) rappresentante un pixel nella stessa posizione può essere riscritto, infatti, in coordinate omogenee, le quali presentano il vantaggio di avere una dimensione in più rispetto al piano bidimensionale e quindi ci permettono di utilizzare l'algebra delle matrici per trattare tutte le trasformazioni affini.

Al punto X rappresentato ora dal vettore: $X = (x, y, 1)$ viene applicata la trasformazione F , ottenuta dal prodotto righe per colonne (simbolo: $\#$) tra le matrici T , M , S , R e C secondo l'equazione:

$$X' = F \# X = T \# M \# S \# R \# C \# X \quad (2.20)$$

²Ricordiamo che la composizione di trasformazioni affini è ancora una trasformazione affine.

per ottenere il vettore $X' = (x', y', 1)$.

Le matrici nella 2.20 descrivono rispettivamente la traslazione, la magnificazione, lo *shear* e la rotazione attorno a un punto (*vedi* oltre come sono definite tali matrici). C rappresenta il cambiamento del sistema di riferimento imposto dalla rotazione attorno a un punto. Quest'ultima trasformazione infatti equivale a una triplice trasformazione: per ruotare un'immagine attorno a un punto qualsiasi di coordinate (x_C, y_C) occorre prima traslare tutti i punti (x, y) dell'immagine delle quantità $-x_C$ orizzontalmente e $-y_C$ verticalmente, in modo da portare il centro di rotazione nell'origine di un nuovo sistema di coordinate, poi ruotare nel modo descritto precedentemente ed infine fare un'ulteriore traslazione stavolta delle quantità $+x_C$ e $+y_C$ per ripristinare il sistema di coordinate iniziali. Tale traslazione è inclusa nella matrice T .

Le matrici delle trasformazioni affini presenti nell'equazione 2.20 sono definite dalle seguenti espressioni:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & dx + x_C \\ 0 & 1 & dy + y_C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

T comprende la traslazione delle quantità dx , dy e l'ulteriore traslazione che ci riporta al sistema di coordinate iniziali, nell'eventualità di uno spostamento temporaneo dell'origine nel punto (x_C, y_C) ;

$$M = \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

M è la matrice di magnificazione;

$$S = \begin{pmatrix} 1 & s_x & 0 \\ s_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

S rappresenta lo *shear*;

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

R descrive la rotazione attorno all'origine del sistema di coordinate;

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_C \\ 0 & 1 & -y_C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

C è la matrice che ci permette di cambiare sistema di riferimento, spostando l'origine nel punto di coordinate (x_C, y_C) .

Dall'equazione matriciale 2.20 si ricavano le seguenti espressioni polinomiali che sintetizzano le trasformazioni geometriche considerate:

$$\begin{aligned} x' &= \sum_{i,j=0}^1 P_{ij} x^j y^i \\ y' &= \sum_{i,j=0}^1 Q_{ij} x^j y^i \end{aligned} \quad (2.26)$$

dove i coefficienti P_{11} e Q_{11} sono nulli. I coefficienti P e Q dipendono soltanto dai parametri dx , dy , x_C , y_C , θ , m_x , m_y , s_x , s_y e sono definiti dalle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} P_{00} &= (x_C + dx) - m_x \cos\theta (x_C + y_C s_x) + m_x \sin\theta (y_C - x_C s_x) \\ P_{10} &= m_x (s_x \cos\theta - \sin\theta) \\ P_{01} &= m_x (\cos\theta + s_x \sin\theta) \\ Q_{00} &= (y_C + dy) - m_y \cos\theta (x_C s_y + y_C) + m_y \sin\theta (y_C s_y - x_C) \\ Q_{10} &= m_y (\cos\theta - s_y \sin\theta) \\ Q_{01} &= m_y (s_y \cos\theta + \sin\theta) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Noti i valori dei coefficienti P e Q si può risalire al valore dei parametri della trasformazione affine soltanto imponendo tre condizioni: il sistema infatti ammette infinite soluzioni dal momento che abbiamo 9 incognite (dx , dy , x_C , y_C , θ , m_x , m_y , s_x , s_y) e soltanto 6 equazioni. Solitamente si assume: $x_C = dx$, $y_C = dy$ e $s_y = 0$. In questo modo tutti i parametri saranno ben determinati.

È importante far notare che, nell'immagine di partenza, x e y sono numeri interi ³, compresi fra zero e le dimensioni dell'immagine; in generale, dopo la trasformazione, x' e y' possono non essere interi dal momento che i parametri dx , dy , x_C , y_C , θ , m_x , m_y , s_x , s_y possono variare in un intervallo continuo, perciò si effettua un'interpolazione per assegnare ad ogni pixel le coordinate più attendibili sull'immagine finale.

Noti i parametri di trasformazione da applicare a un'immagine, da un punto di vista pratico non è conveniente utilizzare le trasformazioni affini dirette. Infatti, partendo dal presupposto che l'immagine trasformata (output) deve avere le stesse dimensioni dell'immagine originale (input), se applichiamo per ogni pixel le trasformazioni dirette che ci permettono il passaggio dall'input all'output, può accadere che l'immagine trasformata presenti dei “buchi”, cioè dei punti ai quali non è stato mai assegnato alcun valore semplicemente perché non sono mai stati “visitati” dalla trasformazione, oppure potrebbe avere dei punti ai quali è stato assegnato più di un valore perché mappati più di una volta. La tecnica più appropriata al fine di ricampionare l'immagine ⁴ è quello di partire dall'immagine di output e per ogni pixel:

- determinare, tramite la trasformazione affine inversa, il punto che nell'immagine di input andrebbe a finire nel punto considerato;

³Ricordiamo che l'immagine di partenza è quantizzata. L'immagine fisica del campo stellare è costituita da punti la cui posizione varia in un intervallo continuo; dopo l'acquisizione, l'immagine è convertita in punti di campionamento ottenuti in posizioni discrete.

⁴L'operazione che assegna i nuovi valori ai vari pixel prende il nome di *resampling*.

- assegnare il valore di questo al punto di output analizzato.

In questo modo non si lasciano buchi e si evitano sovrapposizioni nell'immagine trasformata.

Trasformazioni affini inverse

Si può dimostrare che l'operazione inversa di una trasformazione affine è ancora una trasformazione affine perché conserva le stesse proprietà. Utilizzando la notazione matriciale, così come abbiamo illustrato la trasformazione $X \rightarrow X'$, il passaggio inverso $X' \rightarrow X$ si ottiene nel modo seguente:

$$X = C^{-1} \# R^{-1} \# S^{-1} \# M^{-1} \# T^{-1} \# X' \quad (2.28)$$

dove:

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_C \\ 0 & 1 & y_C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

è l'inversa della matrice C ;

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

è l'inversa della matrice di rotazione;

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -s_x & 0 \\ -s_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

è l'inversa della matrice di *shear*;

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

è l'inversa della matrice di magnificazione;

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -dx - x_C \\ 0 & 1 & -dy - y_C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

è l'inversa della matrice di traslazione.

In conclusione, possiamo scrivere in una forma più compatta le trasformazioni inverse da applicare al punto X' per riottenere il punto X combinando le matrici inverse in un'unica matrice, F^{-1} , che a sua volta è l'inversa di F , precedentemente definita:

$$X = F^{-1} \# X' \quad (2.34)$$

da cui si ricavano le espressioni polinomiali seguenti:

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i,j=0}^1 P'_{ij} (x')^j (y')^i \\ y &= \sum_{i,j=0}^1 Q'_{ij} (x')^j (y')^i \end{aligned} \quad (2.35)$$

con

$$\begin{aligned} P'_{00} &= x_C - \text{sen}\theta \left(\frac{y_C + dy}{m_y} - \frac{(x_C + dx)s_y}{m_x} \right) + \cos\theta \left(\frac{(y_C + dy)s_x}{m_y} - \frac{x_C + dx}{m_x} \right) \\ P'_{10} &= \frac{\text{sen}\theta - s_x \cos\theta}{m_y} \\ P'_{01} &= \frac{\cos\theta - s_y \text{sen}\theta}{m_x} \\ P'_{11} &= 0 \\ Q'_{00} &= y_C - \text{sen}\theta \left(\frac{(y_C + dy)s_x}{m_y} - \frac{x_C + dx}{m_x} \right) + \cos\theta \left(\frac{(x_C + dx)s_y}{m_x} - \frac{y_C + dy}{m_y} \right) \\ Q'_{10} &= \frac{\cos\theta + s_x \text{sen}\theta}{m_y} \\ Q'_{01} &= -\frac{\text{sen}\theta + s_y \cos\theta}{m_x} \\ Q'_{11} &= 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Capitolo 3

Risultati ottenuti per il campo di M31

Applicando le idee sviluppate ed illustrate nel precedente capitolo, abbiamo proceduto a generare serie di immagini adatte a simulare la rivelazione di eventi di microlensing gravitazionale che sarebbe possibile rivelare con la tecnica del pixel lensing in direzione della galassia di Andromeda.

Siccome un evento di microlensing è per sua stessa definizione non risolto spazialmente, esso appare all’osservatore come il brillamento di una stella e quindi sarebbe semplicemente riproducibile aggiungendo una “stella” artificiale in una generica posizione dell’immagine e ad un dato tempo.

Abbiamo però preferito utilizzare a questo scopo il lavoro di previsione teorica delle rates di microlensing, che abbiamo presentato nelle sue linee essenziali nel capitolo precedente e che è dovuto ad Ingrosso et al. (2002). Questo lavoro ci aiuta a distribuire realisticamente gli eventi di microlensing secondo funzioni di distribuzione che sono state ricavate in funzione della posizione su M31 e che riguardano sia i valori di amplificazione che la durata temporale degli eventi attesi.

3.1 Utilizzazione delle previsioni del modello teorico

Come si è già detto le simulazioni che andremo ad utilizzare sono ottenute con il metodo di Monte Carlo. I dati forniti e mostrati nelle figure 2.13 - 2.17 rappresentano il numero di eventi di lensing, N_{ev} , attesi in 180 giorni di osservazioni in funzione dei parametri degli eventi, e cioè durata e amplificazione massima. Per utilizzare questi risultati all'interno delle nostre procedure di simulazione, abbiamo approssimato gli istogrammi con la somma di una funzione gaussiana ed un polinomio del secondo ordine. Abbiamo così ottenuto i coefficienti di due funzioni continue che sono poi state normalizzate per rappresentare una distribuzione di probabilità della durata e dell'amplificazione degli eventi. La prima funzione di distribuzione è così determinata:

$$f(a) = C_0 e^{(-z^2/2)} + C_3 + C_4 a + C_5 a^2 \quad (3.1)$$

dove $z = \frac{a-C_1}{C_2}$ ed a è l'amplificazione e le costanti C valgono: $C_0 = 0.0479$, $C_1 = 6.1284$, $C_2 = 4.4869$, $C_3 = 0.0346$, $C_4 = -0.0010$, $C_5 = 0.0000$. Il fit risultante è mostrato come una linea continua sovrapposta all'istogramma del Monte Carlo in figura 3.1. Si noti che, effettivamente, non appare come il miglior fit possibile ai risultati del Monte Carlo. Facciamo notare però che il nostro scopo non è di trovare la migliore forma analitica, ma di tradurre ragionevolmente nelle nostre immagini simulate le aspettative suggerite dal Monte Carlo. Sostanzialmente ci sembra che le funzioni determinate mantengano le caratteristiche generali delle previsioni rappresentate dall'istogramma

Si noti inoltre che, poichè rivelare eventi di bassa amplificazione è praticamente impossibile, abbiamo limitato il fit ad eventi con $a > 4$. D'altra parte, il numero di eventi attesi con amplificazione maggiore di 80 è minimo

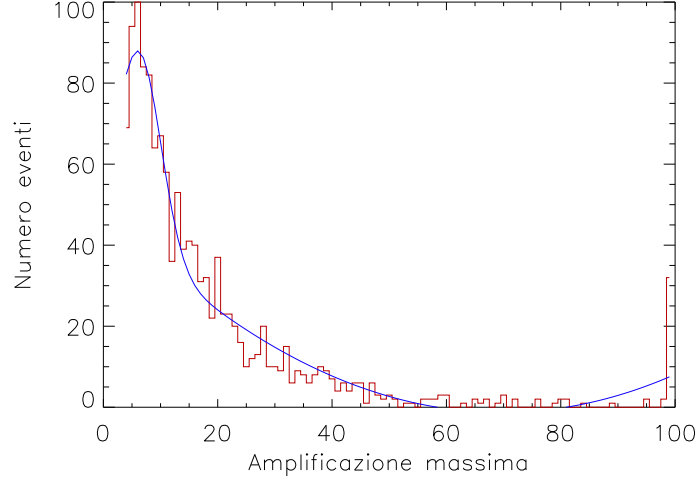


Figura 3.1. Funzione di distribuzione del numero di eventi estratti dal Monte Carlo in funzione dell'amplificazione massima.

e quindi ci siamo limitati ad utilizzare la funzione di distribuzione solo fino ad $a < 80$.

Analoga procedura abbiamo seguito per utilizzare le previsioni teoriche contenute negli istogrammi relativi alla durata degli eventi. Questi sono stati approssimati con una funzione dello stesso tipo di prima:

$$f(t) = C_0 e^{(-z^2/2)} + C_3 + C_4 t + C_5 t^2 \quad (3.2)$$

dove $z = \frac{t-C_1}{C_2}$, t è la durata dell'evento, e le costanti C valgono: $C_0 = 0.0594$, $C_1 = 2.7693$, $C_2 = 3.0487$, $C_3 = 0.0321$, $C_4 = -0.0010$, $C_5 = 0.0000$. Qui per durata dell'evento si deve intendere l'ampiezza a mezza altezza della corrispondente curva di Paczinsky (vedi capitolo 1 fig. ??). Questa funzione è rappresentata dalla linea continua in fig 3.2 e per questa valgono le stesse considerazioni già fatte per la precedente.

Nell'utilizzazione di questo fit abbiamo trascurato gli eventi di durata brevissima così' come quelli molto lunghi, limitando quindi l'intervallo alla regione $0.5 < t < 80$.

A questo punto, per inserire opportunamente nelle nostre immagini gli

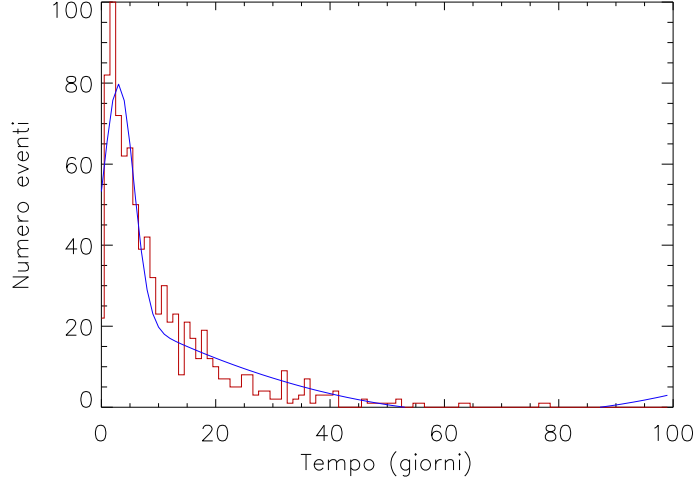


Figura 3.2. Funzione di distribuzione del numero di eventi in funzione della durata. Questa è definita come la larghezza a mezza altezza della corrispondente curva di luce.

eventi secondo le previsioni del modello teorico, abbiamo utilizzato l'algoritmo di Metropolis [15] per estrarre casualmente, secondo le suddette funzioni di distribuzione, sia la durata dell'evento che la sua amplificazione massima. Invece per quanto riguarda la collocazione spaziale dell'evento abbiamo utilizzato una funzione di distribuzione uniforme che quindi non privilegia nessuna regione particolare delle nostre immagini. In una prossima implementazione si potrebbe tuttavia anche considerare quest'aspetto che potrebbe essere rilevante se si vanno a "monitorare" regioni della galassia maggiori di circa $10'$.

Dato che il campo di vista più favorevole alla rivelazione degli eventi in direzione di M31 è compreso tra $-10'$ e $10'$ contati lungo l'asse minore a partire dal centro della galassia, abbiamo utilizzato le previsioni del Monte Carlo ottenute in tre diverse posizioni sull'asse minore a distanze crescenti dal nucleo di M31, e cioè a $0'$, $-3'.5$, e $-7'$. La previsione Monte Carlo, in realtà, è stata fatta considerando gli eventi che si realizzano su una regione di cielo di $2' \times 2'$ che, al piano focale del nostro telescopio, corrisponde a 7×7 pixel. Nel nostro caso abbiamo quindi tenuto conto di ciò scalando opportunamente il

numero di eventi da considerare in proporzione alla estensione della regione di cielo effettivamente coperta dalle immagini simulate. Per far questo abbiamo suddiviso M31 in tre fasce, centrate rispettivamente sulle posizioni suddette, e uniformemente caratterizzate dalle rates di microlensing determinate dal Monte Carlo nelle tre posizioni (vedi fig 3.3).

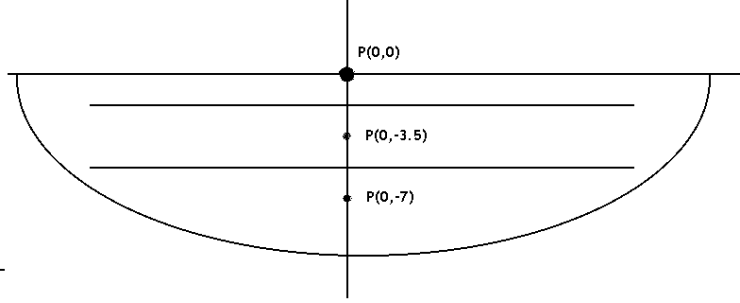


Figura 3.3. La galassia M31 viene suddivisa in tre fasce centrate rispettivamente su tre posizioni. La prima fascia è posizionata sul centro della galassia, la seconda a $-3.5'$ lungo l'asse minore, e la terza a $-7'$.

In questa fase ci siamo prefissi di simulare immagini di dimensione limitata, cioè 400×400 pixel, tenendo conto che vogliamo raggiungere un compromesso tra i tempi di calcolo previsti per l'applicazione degli algoritmi di riconoscimento degli eventi e la “completezza” del test. I tempi di calcolo crescono tipicamente col quadrato della dimensione dell'immagine, ma il test delle procedure di riconoscimento è tanto più affidabile quanto più le dimensioni delle immagini si avvicinano a quelle reali. Infatti quegli algoritmi di riconoscimento, che verranno poi applicati alle nostre serie di immagini, dovranno anche saper compensare le rotazioni e le deformazioni e questa capacità sarà tanto meglio testata quanto più grandi saranno le dimensioni delle immagini.

In questa situazione la nostra scelta di 400×400 pixel corrisponde a coprire nel cielo $2' \times 2'$ e quindi una regione molto più piccola delle dimensioni delle fasce di riferimento mostrate in figura 3.3.

Stando così le cose ci siamo limitati a considerare rates di eventi uniformi su ogni immagine. Quindi, noto dal Monte Carlo il numero di eventi li

abbiamo posizionati a caso nelle immagini. Ovviamente, nel caso si volessero simulare immagini di dimensioni maggiori, bisognerebbe tener anche conto del fatto che il numero di eventi decresce andando dal centro verso i bordi come mostra anche la figura 2.19.

A questo punto per distribuire nelle nostre immagini un numero medio di eventi pari a quello previsto nel periodo di osservazione stabilito (180 giorni) abbiamo utilizzato le funzioni di distribuzione in ampiezza e tempo cui abbiamo già accennato in precedenza. Quindi, attraverso una procedura (riportata in appendice col nome di SIM_EVENTI) che genera la sequenza di eventi, abbiamo prodotto una tabella degli eventi (vedi tabella 3.1) che riporta per ognuno di essi: posizione x ed y in pixel, amplificazione massima, tempo di massima amplificazione in giorni, durata dell’evento in giorni, flusso della stella lensante in conteggi al secondo.

Si noti che, per dare agli eventi simulati la brillantezza opportuna giorno per giorno, è necessario associare alle sorgenti “lensanti” un flusso iniziale, cioè in assenza di amplificazione, che serve poi come base per determinare l’appropriata curva di Pakzinsky (vedi capitolo 2, eq. 2.8). Per stimare tale flusso abbiamo fatto ricorso a considerazioni di carattere astronomico che legano la magnitudine assoluta, M , la magnitudine apparente m , e la distanza di una stella r :

$$M = m + 5 - 5 \log r$$

Sapendo che la distanza r è praticamente pari alla distanza della galassia M31, ovvero 725 Kpc, e che il più piccolo flusso di radiazione rivelabile a terra nelle condizioni osservative previste è pari ad una magnitudine apparente, in banda V, di circa m_V 21, si deduce che le stelle che possono dare eventi rivelabili sono quelle che hanno una magnitudine assoluta $M \leq -3$, ovvero una luminosità maggiore di qualche centinaio di luminosità solari. Stelle di questo tipo sono tipicamente giganti e supergiganti le più brillanti delle quali hanno $M = -5$. Questo ci suggerisce di usare flussi di

Tabella 3.1. Eventi attesi in direzione di M31 su un campo di $2' \times 2'$

X	Y	A_{max}	t₀	t_E	F_V
48.82	100.84	18.42	5	2.35	6.39
212.08	258.81	14.52	11	17.78	0.80
134.21	238.13	5.54	34	48.83	2.83
110.04	158.78	13.31	35	12.66	0.88
306.05	57.15	14.80	75	5.40	11.71
87.33	359.31	4.35	79	8.69	9.13
315.99	184.23	4.75	79	46.70	1.25
217.90	10.48	10.56	85	41.42	13.28
102.26	55.88	11.12	86	27.20	15.06
141.45	14.90	12.07	90	0.49	2.81
56.32	249.88	24.40	92	32.21	2.31
224.51	57.46	16.11	92	2.35	6.17
157.39	198.42	14.27	93	28.41	9.02
382.77	70.50	9.33	99	27.78	4.47
1.04	259.65	24.83	109	7.88	13.38
45.92	93.22	21.75	117	30.46	0.99
338.22	382.74	5.76	123	1.36	13.39
129.87	315.87	18.04	131	4.98	5.70
53.70	326.54	10.88	137	20.39	1.20
152.74	144.72	45.46	153	7.56	0.51
177.17	161.18	17.22	156	11.72	19.01
57.34	295.46	6.90	158	29.71	0.88
103.57	225.56	4.21	173	13.98	32.12
203.12	119.87	11.56	165	18.67	1.08

“baseline” corrispondenti alle magnitudini apparenti comprese nell’intervallo $19 < m_V < 21$.

Le routine che calcolano le funzioni di distribuzioni e simulano gli eventi sono HIST_MONTIC e SIM_EVENTI, riportate in appendice.

3.2 Considerazioni sul rumore nelle immagini

Nel precedente capitolo 2 abbiamo descritto gli algoritmi usati per la generazione delle immagini, ma non abbiamo mai tenuto conto delle sorgenti

di rumore statistico. Quindi, per simulare effettivamente i dati osservativi, non è sufficiente creare il fondo dovuto alla galassia M31, il fondo dovuto alle stelle “fisse” appartenenti alla nostra Galassia (interposte tra noi e la sorgente) e quello dovuto alla luna e ai fenomeni atmosferici. Ci resta infatti da considerare l’influenza del rumore fotonico sulle nostre immagini. Esso è dovuto al fatto che il numero di fotoni che giungono sulla nostra CCD non ha un valore costante ma fluttua secondo una distribuzione poissoniana. Questa distribuzione descrive la probabilità di ottenere un dato valore ν di conteggio in un esperimento in cui si contano eventi che capitano casualmente, ma che hanno una media attesa μ :

$$P_{\mu}(\nu) = e^{-\mu} \left(\frac{\mu^{\nu}}{\nu!} \right)$$

Questa distribuzione ha la proprietà che, all’aumentare della media μ , tende a somigliare sempre più ad una gaussiana con pari media e deviazione standard. Quest’ultima è definita dalla:

$$\sigma_{\nu}^2 = \overline{\nu^2} - (\overline{\nu})^2 \quad (3.3)$$

Dato che $\overline{\nu} = \mu$ e $\overline{\nu^2} = \mu^2 + \mu$, sostituendo i precedenti valori nella eq. 3.3 si ottiene $\sigma_{\nu}^2 = \mu$, da cui $\sigma_{\nu} = \sqrt{\mu}$. L’incertezza nel valore della misura sarà quindi espressa da $\mu \pm \sqrt{\mu}$. Si noti che l’errore associato alla misura aumenta all’aumentare di μ , anche se evidentemente l’incertezza relativa, che è uguale a $\frac{\sqrt{\mu}}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}$, diminuirà nel caso si accumulino più conteggi.

Nel nostro caso, se N è il numero di fotoni che giungono su di un pixel del rivelatore, l’errore che assoceremo a tale misura sarà $\sqrt{N}$. Quindi il valore da attribuire ad ogni pixel dell’immagine sarà $N \pm \sqrt{N}$.

In base a queste considerazioni abbiamo quindi distribuito il rumore fotonico su ogni pixel tenendo conto della somma dei contributi (galassia di fondo, stelle di “foreground”, fase lunare, copertura del cielo) al flusso luminoso che incide sul pixel. In definitiva, se N è la somma dei fotoni provenienti

dai vari contributi incidenti su un pixel, il valore finale effettivamente attribuito al dato pixel è in realtà un valore casuale compreso tra $N - \sqrt{N}$ ed $N + \sqrt{N}$.

3.3 Serie di immagini generate

In questo paragrafo presentiamo i risultati ottenuti utilizzando le procedure che abbiamo sviluppato, riportate in appendice, che si basano sugli algoritmi finora discussi. Abbiamo quindi generato una serie di immagini simulando una campagna di osservazioni di M31, estesa su un intervallo di tempo di sei mesi. Per rendere queste immagini accessibili non solo alla collaborazione SLOTT-AGAPE, ma anche a tutti quelli che volessero cimentarsi col problema della rivelazione degli eventi, le abbiamo messe in rete sul sito www.fisica.unile.it/astro/Astrofisica.html.it. La simulazione che presentiamo ha uno scopo esemplificativo e potrà essere facilmente adattata per tener conto in futuro di variazioni sempre possibili sia dell'apparato osservativo che delle condizioni del cielo. Questa simulazione ha prodotto un totale di 68 immagini che corrispondono ai giorni osservativamente utili (sui 180 considerati) le cui dimensioni abbiamo contenuto in 400x400 pixel per i motivi di convenienza che abbiamo illustrato nel precedente paragrafo.

Non essendo opportuno riportare l'intera serie di immagini ci limitiamo qui a mostrarne alcune più significative che abbiamo selezionato opportunamente per illustrano uno degli eventi di microlensing con grande amplificazione. Le immagini che presentiamo nelle successive figure mostrano infatti un evento la cui durata è di 11.7 giorni, con un flusso iniziale pari a 19.01 conteggi per secondo ed un'amplificazione massima di 17.22.

Il fatto che sia abbastanza facilmente visibile nelle figure è dovuto ai valori relativamente elevati sia dell'amplificazione che del flusso iniziale (anche detto di "baseline"). Guardando alla successione temporale delle immagini

simulate il lettore può seguire l'evoluzione del fenomeno. Nelle figure 3.4 3.5 3.6 si può notare come l'evento, che abbiamo evidenziato con un riquadro giallo, appaia più evidente in prossimità del giorno di massima amplificazione. Sapendo che t_E è il tempo di Einstein legato alla durata totale dell'evento, e $t_0 = t_E/2$ è il giorno di amplificazione massima, dalle immagini si può notare lo svolgersi del fenomeno di lensing simulato. Nell'immagine con $t - t_0 = -6$, (ossia 6 giorni prima che l'evento abbia la sua massima amplificazione) l'evento non è visibile; inizia ad apparire nell'immagine con $t - t_0 = -3$ anche se in maniera quasi impercettibile. Ovviamente, raggiunge la sua massima luminosità nel giorno $t - t_0 = 0$ e rimane abbastanza visibile sino all'immagine con $t_0 - t_E = +2$.

Ovviamente queste operazioni di riconoscimento qualitativo dovranno essere sostituite da equivalenti algoritmi di riconoscimento quantitativo in grado di evidenziare il maggior numero possibile di eventi. Le immagini 3.4 3.5 3.6 sono state simulate senza applicare nessuna trasformazione geometrica. Per confronto di seguito riportiamo anche le stesse immagini alle quali sono state anche applicate delle trasformazioni geometriche (vedi capitolo 2). Si noti che la dimensione di queste immagini è leggermente inferiore a causa del fatto che durante la rotazione una parte di immagine vicina ai bordi viene perduta. Le traslazioni applicate sono anche evidenti nel confronto tra immagini corrispondenti a tempi diversi. Meno evidenti sono la magnificazione e lo shear applicati.

Non dimentichiamo che le immagini che abbiamo generato non contengono solo l'evento particolarmente brillante che mostriamo e che addirittura vediamo "ad occhio", ma anche una quantità di altri eventi che sono rivelabili solo attraverso una accurata analisi della serie di immagini. Questo è il compito di un software di riconoscimento che si è già iniziato a sviluppare nel corso di un lavoro di tesi parallelo.

In conclusione possiamo dire che in questo lavoro di tesi abbiamo effettuato una simulazione di immagini contenenti eventi di Microlensing gravitazionale, in direzione della galassia M31. Il nostro obiettivo, che ci sembra a questo punto raggiunto, è stato quello di fornire delle serie di immagini simulate che fossero però il più possibile rappresentative delle condizioni di osservazione in cui si andranno a trovare coloro che acquisiranno effettivamente le immagini di M31 per la collaborazione SLOTT-AGAPE presso l'osservatorio del Toppo di Castelgrande (PZ).

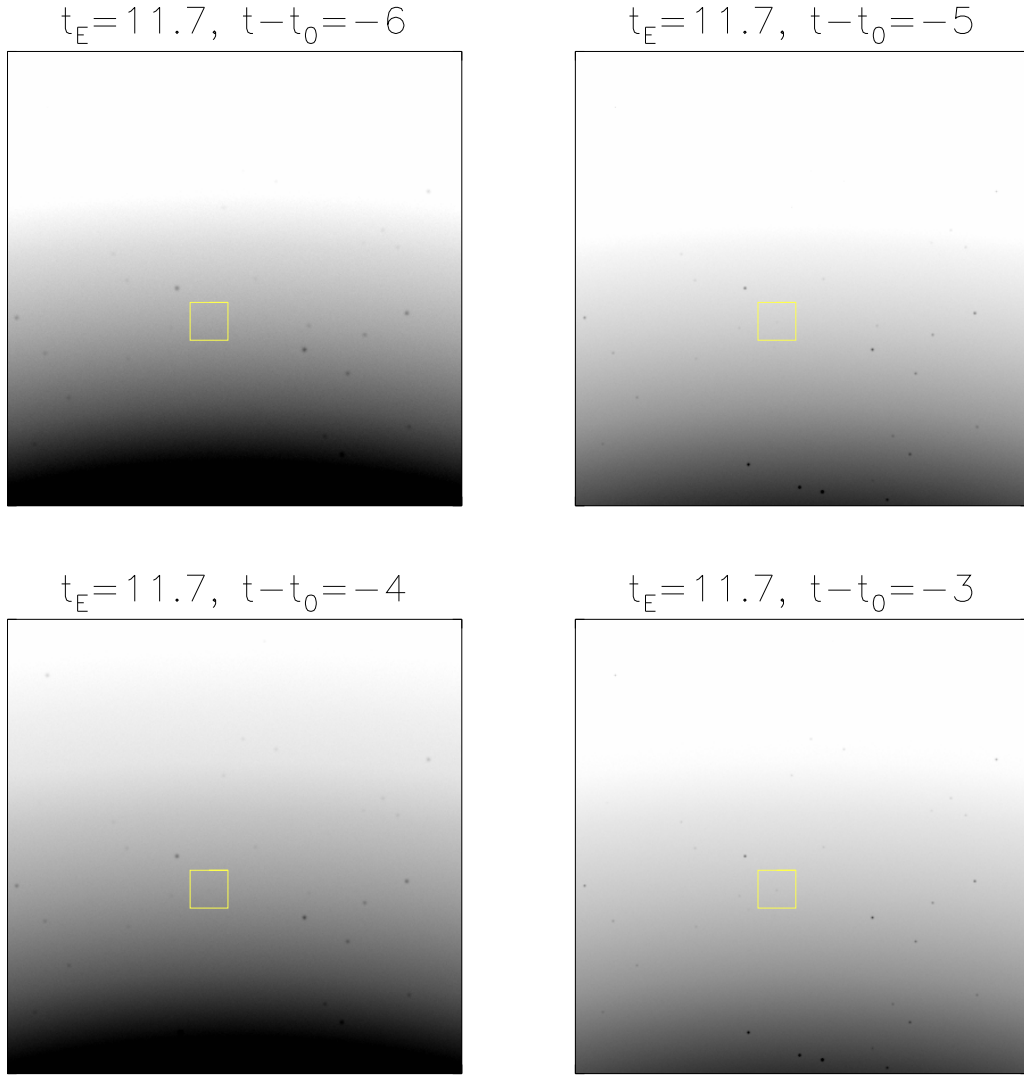


Figura 3.4. In questa figura, come nelle successive, si può notare nel riquadro giallo l'evento di lensing. Man mano che ci si avvicina al giorno t_0 l'oggetto risulta sempre più visibile.

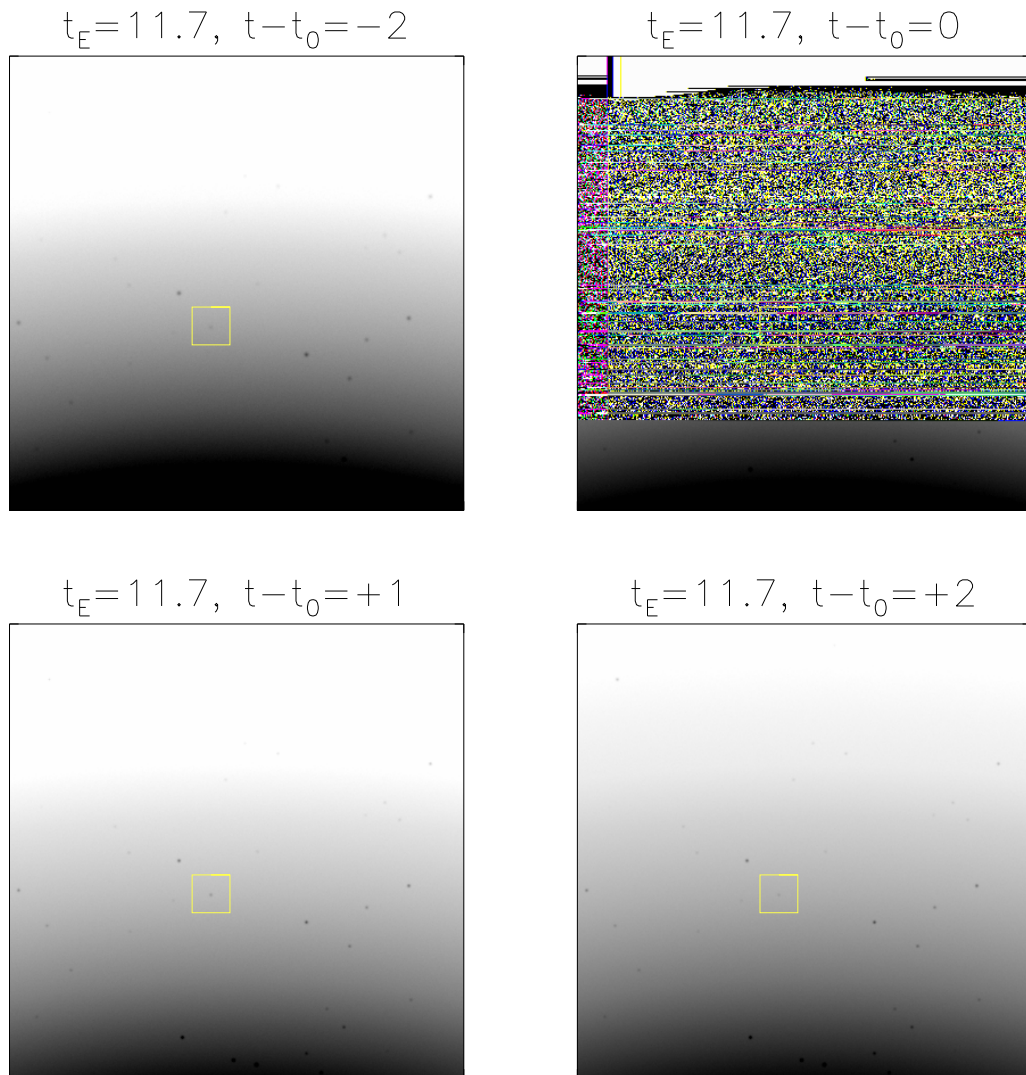


Figura 3.5. Come in fig.3.4

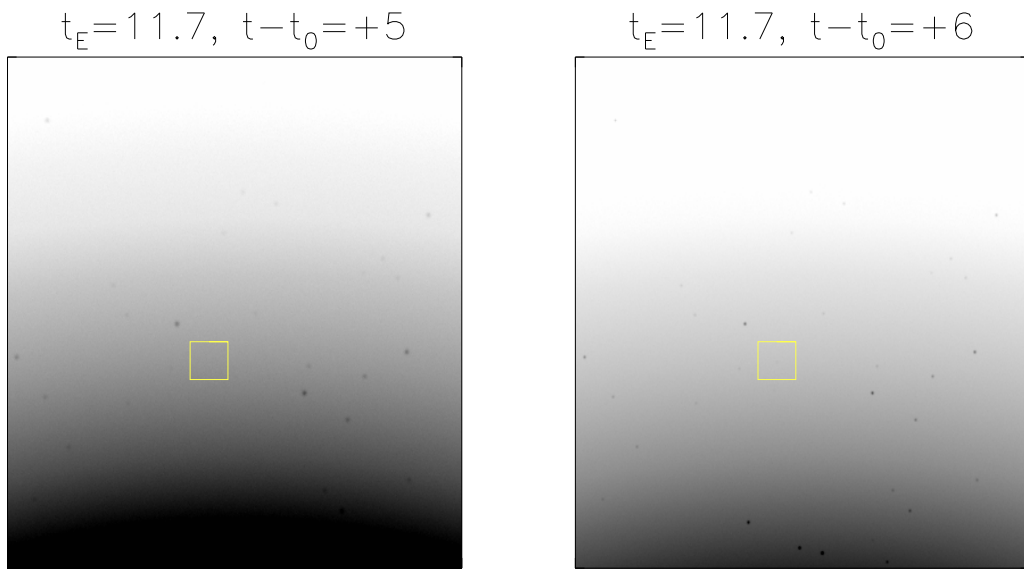


Figura 3.6. Come in fig.3.4

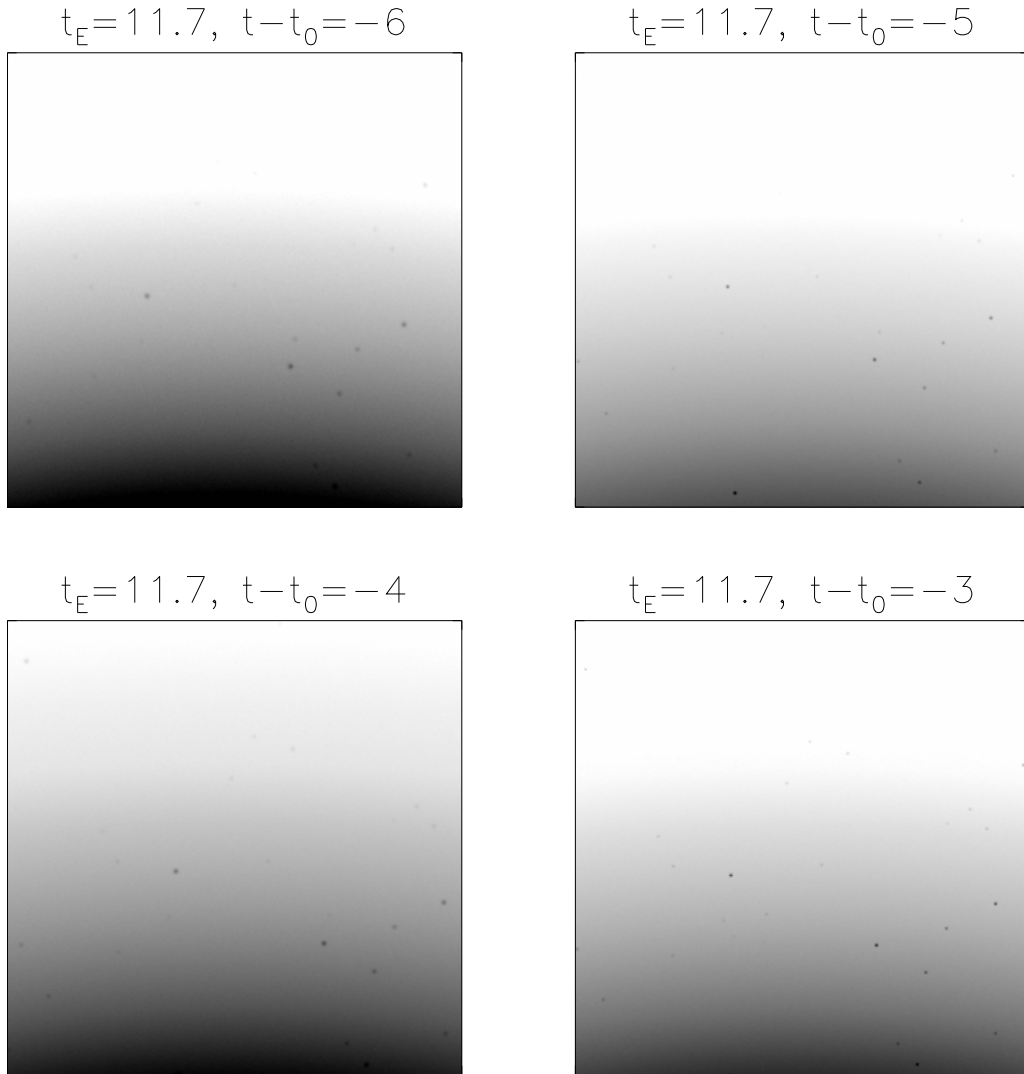


Figura 3.7. Questa figura contiene le stesse immagini della fig.3.4 alle qualio sono state applicate le trasformazioni geometriche.

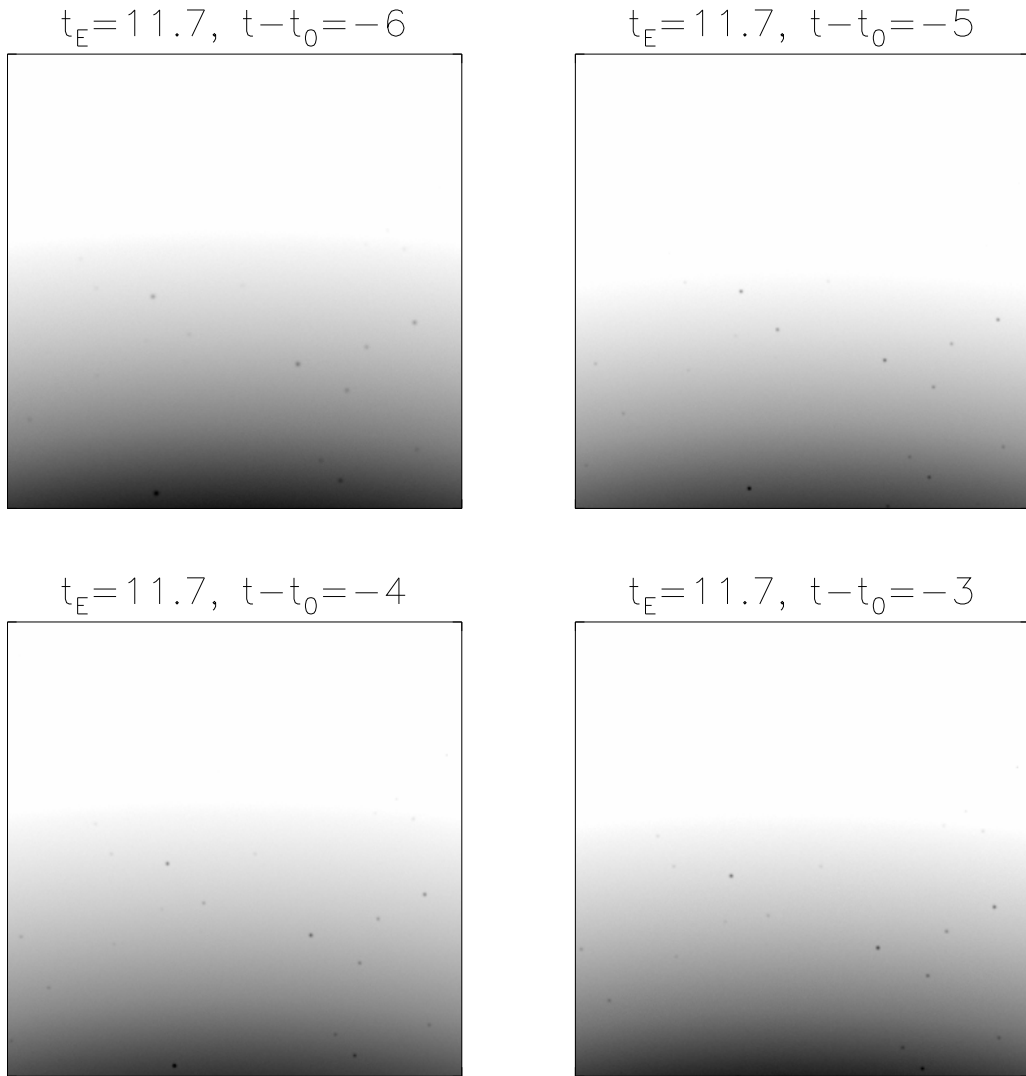


Figura 3.8. Come in fig.3.7

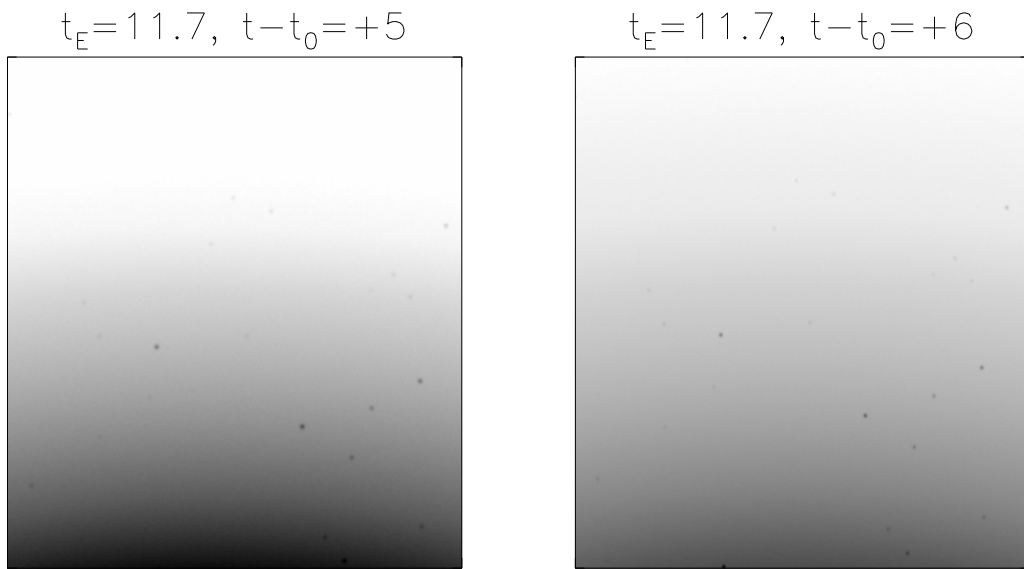


Figura 3.9. Come in fig.3.7

Capitolo 4

Appendice

In questa appendice riportiamo per completezza le linee di codice con cui abbiamo realizzato le nostre *routines*. Il linguaggio utilizzato è IDL (*Interactive Data Language*) distribuito da Research System, Inc., Boulder, Colorado, USA.

La prima procedura illustrata è SIM_IMAGE, quella che genera le immagini finali. L'ordine in cui presentiamo le altre è quello con cui vengono richiamate dalla routine SIM_IMAGE. Le ultime due SIM_EVENTI e HIST_MONTIC non vengono richiamate da SIM_IMAGE, devono essere eseguite da sole per generare gli eventi di microlensing.

(1) Sim_image

```

pro sim_image,x0,y0,dimx,dimy,NOTRANSF=nottransf

;+
; NOME:
;     sim_image
;
; SCOPO:
;     simulare una serie di immagini di M31, una per ogni giorno utile
;     alle osservazioni, contenente un determinato numero di stelle
;     fisse e un certo numero di eventi;
;
; CALLING SEQUENCE:
;     sim_image,x0,y0,dimx,dimy,NOTRANSF=nottransf
;
; INPUT:
;     x0,y0:
;         coordinate X,Y in pixels dell'origine dell'immagine
;         rispetto al centro di M31, supposto l'origine di un sistema
;         di coordinate cartesiane; quindi se x0 e y0 sono positivi
;         l'origine dell'immagine sara' nel primo quadrante;
;         se x0 e' negativa e y0 e' positiva allora l'origine si
;         trovera' nel secondo quadrante.
;     dimx,dimy:
;         dimensione X,Y dell'immagine in pixels, queste non
;         sono le dimensioni delle immagini di output, infatti
;         poiche' alle imm. viene applicata una trasformazione
;         affine, per eliminare i bordi che potrebbero avere zeri,
;         ritaglio solo la parte centrale delle imm., quella
;         compresa tra [delta_dx:dimx-delta_dx,delta_dy:dimy-delta_dy]
;         dove, delta_dx e delta_dy sono lo shift massimo in X e Y
;         applicato alla traslazione;
;
; OUTPUT:
;     IMAGES: le n immagini prodotte vengono registrate in file nnn.fits,
;             con "nnn" numero progressivo che indica il giorno della serie
;             simulata (di ndays giorni) a cui si riferiscono le immagini.
;     FILES:  par_simula.out contiene i parametri usati per la simulazione
;
; KEYWORD:
;     NOTRANSF: se questa keyword e' settata allora alle immagini non verranno
;               applicate le trasformazioni geometriche;
;

```

```
; METODO:
;
;   Richiamo il file esterno, parametri.tab, nel quale sono stati memorizzati
;   i parametri necessari alle diverse routine chiamate. Creo il fondo di M31
;   relativo alle immagini considerate, richiamando la routine SIM_BCK.pro.
;   Successivamente la procedura SIMU_MOON.pro crea un vettore, V_sky
;   (funzione della luminosita' del cielo, della fase lunare e della copertura)
;   contenente la brillantezza del cielo nei giorni selezionati per le osservazioni.
;   Dato che i valori di V_sky sono in magnitudini, li trasformo in flusso per
;   pixel per secondo, cosi' procedo anche per l'immagine del fondo di M31.
;   A questo punto bisogna immettere nell'immagine le stelle fisse con la loro
;   funzione di distribuzione, usando la procedura METROPOLIS.pro.
;   (Gli eventi vengono letti da un file esterno, eventi.tab. I parametri usati
;   per la simulazione verranno scritti nel file par_simula.out).
;   Per ogni giorno utile determino il flusso associato agli eventi e creo
;   l'immagine finale somma del fondo, delle stelle fisse e degli eventi.
;   Successivamente faccio una convoluzione dell'immagine contenente le stelle
;   fisse e gli eventi (le dimensioni del kernel usato devono essere dispari
;   affinche' il centro sia posizionato su ogni pixel dell'immagine).
;   A questa aggiungero', poi, un rumore poissoniano.
;   Infine applico una trasformazione geometrica, assumendo che la prima
;   immagine non venga deformata. La procedura, in ultima analisi, genera'
;   una serie di immagini, una per ogni giorno utile, contenente i vari
;   parametri voluti.
;
; FILES ESTERNI LETTI:
;
;   parametri.tab  contiene i parametri da immettere nella procedura
;   eventi.tab     contiene le informazioni per generare gli eventi
;
; ROUTINE CHIAMATE:
;
;   SIM_BCK, SIMU_MOON, METROPOLIS, RDFLOAT, PSF_GAUSSIAN,
;   CONVOL, AFF_TRA
;-

; richiamo il file parametri.tab
dummy = ''
openr,1,'parametri.tab'
readf,1,dummy
readf,1,dummy
readf,1,dummy
readf,1,ndays,alpha,l_clo,l_moo
readf,1,dummy
readf,1,n_star_fix,mag_max,mag_min
readf,1,dummy
```

```

    readf,1,dummy
    readf,1,delta_dx,delta_dy,delta_theta,delta_sx,delta_mx,delta_my
    readf,1,dummy
    readf,1,scala,t_exp,s_min,s_max
close,1

; per la selezione delle n_star stelle fisse, la cui mag e' compresa
; tra mag_min e mag_max teniamo conto che a 20 gradi di latitudine galattica
; (circa la direzione di M31) il log del numero di stelle per grado quadrato
; con mag. <21 e' pari a circa 4.8, Allen pag. 243.
; In un'immagine di 2000^2 pixel con scala=0.3 ''/pix abbiamo un campo di
; 10'X10' e quindi circa 1500 stelle distribuite secondo una funzione di
; distribuzione che verra' usata in METROPOLIS.pro
; questo numero di stelle verr'a letto nel file dei parametri: parametri.tab

    n_star=round(float(n_star_fix)*dimx*dimy/(2000.^2))

; imponiamo che se l'area del campo e' minore di 2*10^5, il
; numero di stelle sia sempre almeno 30
    If dimx*dimy LT 2.*10.^5 Then n_star = 30

; se non si vuole applicare la trasformazione geometrica
    If N_elements(nottransf) NE 0 Then Begin
        delta_dx = 0 & delta_dy = 0
        delta_theta = 0. & delta_sx = 0.
        delta_mx = 0. & delta_my = 0.
    Endif

; creo il fondo di M31 relativa alle immagini considerate
    SIM_BCK,x0,y0,dimX,dimY,M31_bck

PUNT00:

SIMU_MOON,ndays,alpha,l_clo,l_moo,Vphas,Vclou,V_sky
n_days=n_elements(V_sky)
days=indgen(n_days)
tmp=where(V_sky GT 0,n_days_good)
If n_days_good LE 0 Then GOTO,PUNT00
days_good=days[tmp]          ; vettore dei soli giorni utili alle osservazioni
V_sky_good=V_sky[tmp]         ; vettore della brillantezza del cielo nei soli giorni utili
V_sky_flux=10^((25.-V_sky_good)/2.5)

M31_bck_flux=10^((25.-M31_bck)/2.5) ; su un pixel

```



```

; genero un'immagine contenente solo le stelle "fisse" con la loro
; funzione di distribuzione
    ima_star=fltarr(dimx,dimy)

; determina le posizioni delle stelle da aggiungere all'immagine
    x_star=randomu(seed,n_star)    &    y_star=randomu(seed,n_star)
    x_star=x_star*(dimx-1)        &    y_star=y_star*(dimy-1)

; determina le magnitudini delle stelle
    mag=fltarr(n_star)
    mag_start=fix(randomu(seed)*(mag_max-mag_min)+mag_min)
    delta=fix((mag_max-mag_min)/2)
    alfa=0.5                        ; pendenza delle distr.function (Snell 1998 da' circa 0.5)
    METROPOLIS,mag,mag_start,delta,mag_min,mag_max,alfa
    flux_star=10.^((25.0-mag)/2.5) ; trasformo le mag. in flussi

; riempio l'immagine con le stelle "pensate" come se occupassero un solo pixel
    ima_star[x_star,y_star]=flux_star ; sole stelle

; leggo da un file i parametri degli eventi
    rdfloat,'eventi.tab',x_lens,y_lens,Amax,V_dummy,t_0,t_E,f_v,f_I,skipline=10
    n_event=n_elements(x_lens)      ; numero di eventi

x_lens=x_lens+delta_dx
y_lens=y_lens+delta_dy
res=where((x_lens LT dimx-delta_dx) AND (y_lens LT dimy-delta_dy),count)
    If count LE 0 Then Begin
        print,'SIM_IMAGE> non c''e'' nessuna lente che ha coordinate x,y comprese tra'
        print,'          delta_dx,dimx-delta_dx; delta_dy,dimy-delta_dy: '
        print, delta_dx,dimx-delta_dx,delta_dy,dimy-delta_dy
        print,'          modifica opportunamente il file eventi.tab'
        Goto,Fine
    Endif

    If count LT n_event Then Begin
        print,'SIM_IMAGE> n. eventi persi per aver tagliato i bordi: ',(n_event-count)
        n_event=count          ; n. eventi entro i limiti imposti alle imm. di output
        x_lens=x_lens[res]
        y_lens=y_lens[res]
        Amax  = Amax[res]
        t_0   = t_0[res]
        t_E   = t_E[res]
        f_v   = f_v[res]

```

```

        f_I    =    f_I[res]
    Endif

    beta=sqrt(2.*Amax/sqrt(Amax^2-1.))-2.)
    n_event=n_elements(x_lens)      ; numero di eventi

; scrivere' in un file per ogni giorno utile i parametri di output:
    OPENW,1,'par_simula.out'
    PRINTF,1,'Parametri delle simulazioni:'
    PRINTF,1,'coordinate X,Y in pixels dell''origine dell''immagine'
    PRINTF,1,'rispetto al centro di M31: ',X0,Y0
    PRINTF,1,'scrivero'' successivamente per ogni immagine: '
    PRINTF,1,'il giorno di osservazione, la fase lunare, la copertura del cielo, '
    PRINTF,1,'la brillantezza del cielo, il parametro di zero, con il relativo errore '
    PRINTF,1,'e il parametro di scala con l''errore per l''allineamento fotometrico '
    PRINTF,1,'il seeing in pix, i parametri della trasformazione geometrica '
    PRINTF,1,'applicata all''immagine: xc,yc,theta,sx,mx,my;'
    PRINTF,1,'i flussi delle lenti ed infine i coefficienti polinomiali della'
    PRINTF,1,'trasformazione diretta e inversa applicata all''immagine.'
    PRINTF,1,''

; creo un vettore contenente il seeing dei giorni utili alle osservazioni in pixels
    s_good_pix=fltarr(n_days_good)
    FOR i=0,n_days_good -1 DO BEGIN
        F_lens=fltarr(n_event)      ; preparo il vettore
        day=days_good[i]
        i_event_good=where((t_0-t_E/2.) LE day AND (t_0+t_E/2.) GE day,n_event_good)
        If n_event_good GT 0 Then Begin
            FOR j=0,n_event_good-1 DO BEGIN
                x=sqrt(beta[i_event_good[j]]^2+(float(day)-t_0[i_event_good[j]])^2/t_E[i_event_good[j]]^2)
                A=(x^2+2)/(x*sqrt(x^2+4.))
                F_lens[i_event_good[j]]=f_v[i_event_good[j]]*(A-1)
            ENDFOR
        Endif

        ima_fix=ima_star
        ima_fix[x_lens,y_lens]=F_lens      ; stelle + eventi

        seeing=s_min+randomu(seed)*(s_max-s_min)
        s_pix=seeing/scala
        s_good_pix[i]=s_pix

        dim_psf=round(3.*s_pix)

```

```

If dim_psf MOD 2 EQ 0 Then dim_psf=dim_psf+1 ; !per rendere la PSF dispari!
psf= psf_Gaussian(NPIXEL=[dim_psf,dim_psf],FWHM=s_pix)
ima=CONVOL(ima_fix,psf,total(psf),edge_wrap=1)

ima_bck_flux=M31_bck_flux+V_sky_flux[i]

ab_fit=linfit(double(M31_bck_flux+V_sky_flux[0])*t_exp,$
double(M31_bck_flux+V_sky_flux[i])*t_exp,sigma=ab_sigma)

; aggiungo il fondo all'immagine delle stelle+eventi
ima=ima+ima_bck_flux
ima=ima*t_exp

; applico un rumore poissoniano
For j=0,dimx-1 Do Begin
  For k=0,dim_y-1 Do Begin
    if (ima[j,k] ne 0.) then ima[j,k]=randomn(seed,1,poisson=ima[j,k])
  Endfor
Endfor

If i EQ 0 Then Begin ; la prima immagine non viene deformata
  ima_out=ima
  xc=0. & yc=0. & theta=0. & sx=0. & mx=1. & my=1.
  Q= [0.,1.,0.,0.] & P= [0.,0.,1.,0.]
  Q_inv=[0.,1.,0.,0.] & P_inv=[0.,0.,1.,0.]
  GOTO,PUNT01
Endif

If N_elements(notransf) NE 0 Then Begin
  print,'SIM_IMAGE> non applico nessuna trasformazione geometrica'
  ima_out=ima
  GOTO,NOTRAN
Endif

; scelgo i parametri della deformazione:
dx=(randomu(seed)-0.5)*delta_dx ; traslazione lungo x
dy=(randomu(seed)-0.5)*delta_dy ; traslazione lungo y
xc=dx ; coordinata x del centro di rotazione
yc=dy ; coordinata y del centro di rotazione
theta=(randomu(seed)-0.5)*delta_theta ; angolo di rotazione in gradi
sx=(randomu(seed)-0.5)*delta_sx ; shear
mx=(randomu(seed)-0.5)*delta_mx+1 ; magnificazione lungo x
my=(randomu(seed)-0.5)*delta_my+1 ; magnificazione lungo y

```

```

; applico la trasformazione all'immagine

    print,'SIM_IMAGE> sto applicando la trasformazione diretta con parametri: '
    print,'          xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy '
    print,' dati da: ',xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy

    aff_tra,ima_out,ima_inv,ima,xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy,Q,P,Q_inv,P_inv,$
        INTERP=interp,CUBIC=-0.5,MISSING=0.,INVERT=invert

    PUNTO1:
    ima_out=ima_out[delta_dx:dimx-delta_dx-1,delta_dy:dimy-delta_dy-1]

    NOTRAN:

; scrivo nel file i vari parametri
    PRINTF,1,FORMAT='(I3,1x,3F9.3,1x,4F12.4,1x,7F7.3)',day,Vphas[day],Vclou[day],V_sky[day], $
        ab_fit[0],ab_sigma[0],ab_fit[1],ab_sigma[1],s_pix,xc,yc,theta,sx,mx,my
; nel caso ci fossero piu' di 150 eventi cambiare il format
    PRINTF,1,FORMAT='(150F10.4)',F_lens
; scrivo nel file i coefficienti polinomiali
    PRINTF,1,Q,P,Q_inv,P_inv
; conservo l'immagine finale
    writefits,'ima_'+strtrim(string(day),2)+'.fits',ima_out
    print,'SIM_IMAGE> ho conservato l''immagine nel file: '
    print, 'fits/ima_'+strtrim(string(day),2)+'.fits'

    ENDFOR
    CLOSE,1

; ordino il seeing, dei giorni utili alle osservazioni, dal valore min a
; quello max
    sort_s_good=sort(s_good_pix) ; contiene gli indici degli elementi del vettore
                                ; s_good dal piu' piccolo al piu' grande
; creo un file contenente il nome dell'immagine, la data e il seeing
; in pixel, in funzione del seeing crescente
    OPENW,2,'sort_seeing.out'
    PRINTF,2,'      image      date (giorni)      seeing (pixel)      '

    For j=0,n_days_good -1 Do Begin
        PRINTF,2,Format='(A13,5x,I6,7x,F10.4)', 'ima_'+strtrim(string(days_good[sort_s_good[j]]),2)+'.fits',$
            days_good[sort_s_good[j]],s_good_pix[sort_s_good[j]]
    Endfor
    CLOSE,2

```

```
; creo un file contenente il nome dell'immagine, la data e il seeing
; in arcsec, in funzione del tempo di osservazione
OPENW,3,'sort_date.out'
PRINTF,3,'      image      date (giorni)      seeing (pixel)      '

For j=0,n_days_good -1 Do Begin
    PRINTF,3,Format='(A13,5x,I6,7x,F10.4)', 'ima_'+strtrim(string(days_good[j]),2)+'.fits',$
        days_good[j],s_good_pix[j]
Endfor
CLOSE,3

FINE:
print,'      ***FINE PROCEDURA***      '

END
```

(2) Sim_bck

```
pro sim_bck,x0,y0,dimX,dimY,im_bck

;+
; NOME :
;      sim_bck
;
; SCOPO:
;      a partire da due immagini del fondo di M31 e dai parametri di input
;      la routine estrae un'immagine del fondo della galassia;
;
; CALLING SEQUENCE:
;      sim_bck,x0,y0,dimX,dimY,im_bck
;
; INPUT:
;      x0,y0:
;          coordinate X,Y in pixels dell'origine dell'immagine
;          rispetto al centro di M31. Se il nucleo e' nell'origine
;          di un sistema di coordinate cartesiane, si intende che
;          se x0 e y0 sono positivi l'origine dell'immagine sara'
;          nel primo quadrante; se x0 e' negativa e y0 e' positiva
;          allora l'origine si trovera' nel secondo quadrante;
;      dimx,dimy:
;          dimensione X,Y dell'immagine in pixels;
;
```

```

; OUTPUT:
;
;   im_bck=immagine del fondo. La scala dell'immagine e' uguale a
;
;   quella dell'immagine originale (vedi readfits sotto).
;
;   Le unita' di misura della brillantezza sono le stesse della
;
;   immagine di partenza.
;
;
; METODO:
;
;   Suddivido l'immagine che forma la galassia M31 in quattro parti,
;
;   ponendo il centro degli assi nel centro della galassia stessa.
;
;   Leggo le due immagini (M31_0.fits,M31_1.fits) che formano il
;
;   primo quadrante. Costruisco l'array che mi restituisce
;
;   l'immagine di fondo finale, im_bck, fornendone le dimensioni
;
;   (dimx, dimy). Controllo che l'immagine del fondo che voglio
;
;   ottenere sia tutta compresa all'interno della galassia.
;
;   A partire dalle due immagini lette, estraggo l'immagine di fondo,
;
;   utilizzando i parametri iniziali e le proprieta' di simmetria,
;
;   nel seguente modo:
;
;   Divido l'immagine finale in quattro parti. La porzione che
;
;   cade nel primo quadrante la estraggo direttamente dalle
;
;   immagini di partenza; quella nel secondo quadrante non e'
;
;   altro che la simmetrica della prima rispetto all'asse Y;
;
;   quella nel terzo e' la simmetrica della prima rispetto
;
;   agli assi X e Y; infine quella nel quarto quadrante e'
;
;   simmetrica rispetto all'asse X. Per ognuna delle quattro parti
;
;   in cui e' suddivisa l'immagine, controllo se appartiene solo
;
;   alla prima immagine di fondo, solo alla seconda oppure ad entrambe.
;
;   Infine otterro' un'immagine di output che e' l'unione delle quattro
;
;   immagini costruite in precedenza.
;
;-

; leggo le due imm. di M31
      M31_bck0=readfits('M31_0.fits')    ;per questa imm. x0=0,y0=0
      X_size=(size(M31_bck0))[1]
      Y_size=(size(M31_bck0))[2]
      M31_bck1=readfits('M31_1.fits')    ;per questa imm. x0=0,y0=Y_size

      im_bck=flttarr(dimx,dimy)           ;array del fondo

      Xini=x0 & Xfin=xini+dimX   ; coordinate X iniziali e finali dell'imm. di output
      Yini=y0 & Yfin=yini+dimY   ; coordinate Y iniziali e finali dell'imm. di output

      If (Yini LT -2*Y_size) OR (Yfin GT 2*Y_size) OR $

```

```
(Xini LT -X_size) OR (Xfin GT X_size) Then Begin
print,'SIM_IMAGE> sto considerando la porzione di M31 compresa '
print,'      rispettivamente in X e Y tra:'
print,'      '[-',X_size,',',X_size,'];', '[-',2*X_size,',',2*Y_size,']'
print,'      l''imm. di output deve essere contenuta in questa regione'
print,'      controlla i parametri (x0,y0,dimx,dimy) dati in input '
GOTO,FINE
Endif

; Considero le coordinate dei punti iniziale e finale (basso-sinistra, alto-destra)
; delle parti dell'immagine nei vari quadranti

; I quadrante
X1ini=max([0,Xini]) & Y1ini=max([0,Yini])
X1fin=max([0,Xfin]) & Y1fin=max([0,Yfin])
print,'I quadrante: X1ini,Y1ini,X1fin,Y1fin ',X1ini,Y1ini,X1fin,Y1fin

; II quadrante
X2ini=min([0,Xini]) & Y2ini=max([0,Yini])
X2fin=min([0,Xfin]) & Y2fin=max([0,Yfin])
print,'II quadrante: X2ini,Y2ini,X2fin,Y2fin ',X2ini,Y2ini,X2fin,Y2fin

; III quadrante
X3ini=min([0,Xini]) & Y3ini=min([0,Yini])
X3fin=min([0,Xfin]) & Y3fin=min([0,Yfin])
print,'III quadrante: X3ini,Y3ini,X3fin,Y3fin ',X3ini,Y3ini,X3fin,Y3fin

; IV quadrante
X4ini=max([0,Xini]) & Y4ini=min([0,Yini])
X4fin=max([0,Xfin]) & Y4fin=min([0,Yfin])
print,'IV quadrante: X4ini,Y4ini,X4fin,Y4fin ',X4ini,Y4ini,X4fin,Y4fin

; nel sistema di riferimento dell'immagine
X1=max([-X3ini,0])
Y1=max([-Y3ini,0])
;print,'X1,Y1: ',X1,Y1

; costruisco la porzione di immagine nel I quadrante
If float(X1fin-X1ini)*float(Y1fin-Y1ini) GT 0. Then Begin
    im1=fltarr(X1fin-X1ini,Y1fin-Y1ini)
; 1) I sottocaso: l'imm. e' tutta contenuta in M31_bck0;
    If Y1fin LE Y_size Then Begin
        im1=M31_bck0[X1ini:X1fin-1,Y1ini:Y1fin-1]
```

```

        GOTO,PUNTO1
    Endif Else $
; 2) II sottocaso: l'immagine e' tutta contenuta in M31_bck1;
    IF Y1ini GT Y_size Then Begin
        im1=M31_bck1[X1ini:X1fin-1,Y1ini-Y_size:Y1fin-Y_size-1]
        GOTO,PUNTO1
    Endif Else Begin
; 3) III sottocaso: l'immagine e' compresa tra M31_bck0 e M31_bck1
        im1[*,0:Y_size-Y1ini-1]=M31_bck0[X1ini:X1fin-1,Y1ini:Y_size-1]
        im1[*,Y_size-Y1ini:Y1fin-Y1ini-1]=M31_bck1[X1ini:X1fin-1,0:Y1fin-Y_size-1]
        GOTO,PUNTO1
    Endelse
PUNTO1:

    im_bck[X1:dimX-1,Y1:dimY-1]=im1
Endif

; costruisco la porzione di immagine nel II quadrante
    If float(X2fin-X2ini)*float(Y2fin-Y2ini) GT 0. Then Begin
        im2=fltarr(X2fin-X2ini,Y2fin-Y2ini)
; 1) I sottocaso: l'immagine e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse Y, di M31_bck0;
        If Y2fin LE Y_size Then Begin
            For i=0,X2fin-X2ini-1 Do im2[i,*]=M31_bck0[-X2ini-1-i,Y2ini:Y2fin-1]
            GOTO,PUNTO2
        Endif Else $
; 2) II sottocaso: l'immagine e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse Y, di M31_bck1;
        IF Y2ini GT Y_size Then Begin
            For i=0,X2fin-X2ini-1 Do im2[i,*]=M31_bck1[-X2ini-1-i,Y2ini-Y_size:Y2fin-Y_size-1]
            GOTO,PUNTO2
        Endif Else Begin
; 3) III sottocaso: l'immagine e' compresa tra le immagini simmetriche,
; rispetto all'asse Y, di M31_bck0 e M31_bck1
            For i=0,X2fin-X2ini-1 Do Begin
                im2[i,0:Y_size-Y2ini-1]=M31_bck0[-X2ini-1-i,Y2ini:Y_size-1]
                im2[i,Y_size-Y2ini:Y2fin-Y2ini-1]=M31_bck1[-X2ini-1-i,0:Y2fin-Y_size-1]
            Endfor
            GOTO,PUNTO2
        Endelse
PUNTO2:
    If X1 GT dimX Then im_bck[0:dimX-1,Y1:dimY-1]=im2 Else $
        im_bck[0:X1-1,Y1:dimY-1]=im2
    Endif

```



```

; costruisco la porzione di immagine nel III quadrante
If float(X3fin-X3ini)*float(Y3fin-Y3ini) GT 0. Then Begin
    im3=fltarr(X3fin-X3ini,Y3fin-Y3ini)
; 1) I sottocaso: l'imm. e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse X e Y, di M31_bck0;
If -Y3ini LE Y_size Then Begin
    For i=0,X3fin-X3ini-1 Do Begin
        For j=0,Y3fin-Y3ini-1 Do Begin
            im3[i,j]=M31_bck0[-X3ini-1-i,-Y3ini-1-j]
        Endfor
    Endfor
    GOTO,PUNTO3
Endif Else $
; 2) II sottocaso: l'imm. e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse X e Y, di M31_bck1;
If -Y3fin GT Y_size Then Begin
    For i=0,X3fin-X3ini-1 Do Begin
        For j=0,Y3fin-Y3ini-1 Do Begin
            im3[i,j]=M31_bck1[-X3ini-1-i,-Y3ini-1-j]
        Endfor
    Endfor
    GOTO,PUNTO3
Endif Else Begin
; 3) III sottocaso: l'immagine e' compresa tra le immagini simmetriche,
; rispetto all'asse X e Y, di M31_bck0 e M31_bck1
For i=0,X3fin-X3ini-1 Do Begin
    For j=0,Y3fin-Y3ini-1 Do Begin
        If j GE (-Y_size-Y3ini) Then $
            im3[i,j]=M31_bck0[-X3ini-1-i,-Y3ini-1-j] Else $
            im3[i,j]=M31_bck1[-X3ini-1-i,-Y3ini-Y_size-1-j]
        Endfor
    Endfor
    GOTO,PUNTO3
Endelse
PUNTO3:
If X1 GT dimX Then Begin
    If Y1 GT dimY Then im_bck[0:dimX-1,0:dimY-1]=im3 Else $
        im_bck[0:dimX-1,0:Y1-1]=im3
Endif Else Begin
    If Y1 GT dimY Then im_bck[0:X1-1,0:dimY-1]=im3 Else $
        im_bck[0:X1-1,0:Y1-1]=im3
Endelse
Endif

```

```
; costruisco la porzione di immagine nel IV quadrante
  If float(X4fin-X4ini)*float(Y4fin-Y4ini) GT 0. Then Begin
    im4=fltarr(X4fin-X4ini,Y4fin-Y4ini)
; 1) I sottocaso: l'imm. e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse X, di M31_bck0;
    If -Y4ini LE Y_size Then Begin
      For j=0,Y4fin-Y4ini-1 Do im4[* ,j]=M31_bck0[X4ini:X4fin-1,-Y4ini-1-j]
      GOTO,PUNTO4
    Endif Else $
; 2) II sottocaso: l'imm. e' tutta contenuta nell'immagine simmetrica,
; rispetto all'asse X, di M31_bck1;
    IF -Y4fin GT Y_size Then Begin
      For j=0,Y4fin-Y4ini-1 Do im4[* ,j]=M31_bck1[X4ini:X4fin-1,-Y4ini-1-j]
      GOTO,PUNTO4
    Endif Else Begin
; 3) III sottocaso: l'immagine e' compresa tra le immagini simmetriche,
; rispetto all'asse X, di M31_bck0 e M31_bck1
      For j=0,Y4fin-Y4ini-1 Do Begin
        If j GE (-Y_size-Y4ini) Then $
          im4[* ,j]=M31_bck0[X4ini:X4fin-1,-Y4ini-1-j] Else $
          im4[* ,j]=M31_bck1[X4ini:X4fin-1,-Y4ini-Y_size-1-j]
        Endfor
      GOTO,PUNTO4
    Endelse
  PUNTO4:
  If Y1 GT dimX Then im_bck[X1:dimX-1,0:dimY-1]=im4 Else $
    im_bck[X1:dimX-1,0:Y1-1]=im4
  Endif

FINE:
End
```

(3) M31_bck

```

pro M31_bck,x0,y0,xdim,ydim,imm

;+
; NOME :
;      M31_bck
;
; CALLING SEQUENCE:
;      M31_bck,x0,y0,xdim,ydim,imm
;
; SCOPO:
;      Generare un'immagine del background di M31 partendo dalla
;      fotometria di Kent (Kent,S.M., 1987,AJ,94,306).
;
; INPUT:
;      x0: coordinata X del centro della galassia nel riferimento dell'immagine
;      y0:      "      Y del      "      "      "
;      p.es.: x0=xdim/2 ed y0=-200 significa che il centro della galassia
;              e' posizionato al centro dell'asse x ed e' fuori di 200 pixel
;              in direzione delle y negative;
;      xdim: dimensione X dell'immagine da creare
;      ydim:      "      Y      "      "
;
; OUTPUT:
;      imm: immagine finale.
;
; FILE ESTERNI LETTI:
;      M31_tab_minmax.txt
;
; METODO:
;      Creo il vettore che conterra' l'immagine finale, imm. Leggo dal file M31_tab.txt
;      i parametri necessari alla routine forniti da Kent: raggio in primi, brillantezza
;      superficiale lungo l'asse maggiore, brillantezza superficiale lungo l'asse minore,
;      eccentricita'. Considero le sole ellissi che che intersecano l'immagine.
;      Calcolo la magnitudine che deve avere l'iesimo punto dell'immagine nel seguente modo:
;      prendo in considerazione il segmento passante per l'iesimo punto per trovare
;      le ellissi i ed i+1 che lo contengono. Attraverso il coefficiente angolare trovo le
;      intersezioni tra la retta passante per l'origine e l'iesimo punto e le due ellissi.
;      Riporto i punti sull'asse maggiore e minore delle ellissi i ed i+1 per fare
;      un'interpolazione tra i valori di magnitudine in modo da trovare la magnitudine
;      dell'iesimo punto considerato. L'immagine finale sara' data, quindi, dalla magnitudine
;      di ogni iesimo pixel.

```

```

;-

imm= fltarr(xdim,ydim)
x = findgen(xdim) & y = findgen(ydim)
xo = findgen(xdim) & yo= findgen(ydim)
xo = x-x0          & yo= y-y0      ; in coord. del centro della galassia

; r_pri: distanza (in primi) lungo l'asse maggiore;
; ecc: eccentricita' 1-b/a
; mag_max: brillanza superf. lungo l'asse maggiore
; mag_min: brillanza superf. lungo l'asse minore (resa uguale lungo un'ellisse)

rdfloat,'~/lib/idl/slott/M31_tab_minax.txt',r_pri,mag_max,mag_min,ecc,skipline=1
n_ell=n_elements(r_pri)      ; numero di ellissi

scala=0.3                    ; arcsec/pix
r_pix=r_pri*60./scala        ; trasformazione dei raggi in pixel sull'immagine

; per risparmiare calcoli considero solo le ellissi che intersecano l'immagine
If x0 GT 0 Then i_ell=where(r_pix GT x0-xdim,c_ell)
If x0 LE 0 Then i_ell=where(r_pix GT -x0      ,c_ell)
If i_ell[0]-1 LE 0 Then i_min=0 Else i_min=i_ell[0]-1

; Per ogni ellisse che interseca l'immagine considero i pixel compresi
; tra questa ellisse e quella successiva; per ognuno di questi determino
; i parametri dell'ellisse (asse maggiore, asse minore, eccentricita')
; che passa per il punto considerato, in funzione dei parametri delle
; ellissi precedentemente considerate.
For i=i_min,n_ell-2 Do Begin      ; For sull'ellissi
  For i_x=0,xdim-1 Do Begin      ; For sulle x dell'immagine
    ; res contiene gli indici dei pixels della colonna i_x che si
    ; trovano tra le ellissi i ed i+1
    res=where((xo[i_x]^2+yo^2/(1-ecc[i])^2 GE r_pix[i]^2) AND $
              (xo[i_x]^2+yo^2/(1-ecc[i+1])^2 LT r_pix[i+1]^2),count)
    For j=0,count-1 Do Begin      ; For sulle y dell'immagine
      ; nel caso in cui il punto considerato si trovi sull'asse y
      ; (nel riferimento della galassia) occorre procedere in modo diverso
      If xo[i_x] EQ 0 Then Begin
        theta='pi/2.
      ; calcolo l'intersezione tra la retta passante per il punto
      ; considerato, asse y, e le ellissi i e i+1
      x1=0.

```

```
y1=r_pix[i]*(1-ecc[i])
x2=0.
y2=r_pix[i+1]*(1-ecc[i+1])
Endif Else Begin
  theta  = atan(yo[res[j]]/xo[i_x])
  mm=(yo[res[j]]/xo[i_x])      ; coefficiente angolare della retta
                                ; passante per l'origine e il punto
                                ; considerato
  x1=sqrt((r_pix[i]^2*(1-ecc[i])^2)/((1-ecc[i])^2+mm^2))
  y1=mm*x1
  x2=sqrt((r_pix[i+1]^2*(1-ecc[i+1])^2)/((1-ecc[i+1])^2+mm^2))
  y2=mm*x2
Endelse

rP=sqrt(yo[res[j]]^2+xo[i_x]^2) ; distanza del punto considerato
                                ; dall'origine della galassia

r1=sqrt(x1^2+y1^2)              ; distanza del punto intersezione
                                ; della retta passante per il punto
                                ; considerato e l'ellisse i,
                                ; dall'origine della galassia

r2=sqrt(x2^2+y2^2)              ; distanza del punto intersezione
                                ; della retta passante per il punto
                                ; considerato e l'ellisse i+1,
                                ; dall'origine della galassia

; determino l'eccentricita' dell'ellisse passante per il punto p
; considerato come combinazione lineare dell'eccentricita'
; delle ellissi i ed i+1
eccP=(ecc[i+1]-ecc[i])/(r2-r1)*(rP-r1)+ecc[i]

; Ora occorre determinare il valore degli assi minore e maggiore
; dell'ellisse passante per P, in funzione dei valori degli assi
; delle ellissi i ed i+1
; Valuto l'intersezione dell'ellisse passante per il punto attuale
; con l'asse X che e' orientato in direzione dell'asse maggiore
; delle ellissi fotometriche

a_att  = sqrt(xo[i_x]^2+yo[res[j]]^2/(1-eccP)^2)

; a_att=asse maggiore dell'ellisse attuale, quella cioe' passante
; per il punto xo,yo considerato
```

```

        b_att = (1.-eccP)*a_att

; b_att=asse minore dell'ellisse attuale

        dr_a = r_pix[i+1]-r_pix[i]
        dr_b = r_pix[i+1]*(1.-ecc[i+1])-r_pix[i]*(1.-ecc[i])
        mag_max_att=(mag_max[i+1]-mag_max[i])/dr_a * (a_att-r_pix[i]) + mag_max[i]
        mag_min_att=(mag_min[i+1]-mag_min[i])/dr_b * (b_att-r_pix[i]*(1.-ecc[i])) + mag_min[i]

        If theta LT 0 Then theta = -theta
        imm[xo[i_x]+x0,yo[res[j]]+y0]=(mag_min_att-mag_max_att) * $
                                theta/(!Pi/2.)+mag_max_att

        Endfor
    EndFor

; una volta analizzati tutti i pixels si termina
    If i_x EQ xdim-1 Then Begin
        res_tmp=where(res EQ ydim-1 ,count)
        If count GT 0 Then Begin
            GOTO,PUNTO1
        Endif
    Endif
Endfor

PUNTO1:
End

```

(4) Simu_moon

```

pro simu_moon,ndays,alpha,l_clo,l_moo,Vphas,Vclou,Vskyb

;+
; NOME :
;      simu_moon
;
; SCOPO:
;      Determinare i giorni utili all'osservazione, tenendo conto
;      della copertura del cielo da parte delle nuvole,
;      della sua brillantezza e della fase lunare
;

```

```

; CALLING SEQUENCE:
;      simu_moon,ndays,alpha,l_clo,l_moo,Vphas,Vclou,Vskyb
;
; INPUT:
;      alpha : contributo delle nubi al flusso totale nel caso
;              tutto coperto (in unita' del flusso del solo cielo)
;      l_clo : limite di copertura accettabile (0:sereno, 1=coperto)
;      l_moo : limite fase luna accettabile (0:scura, 1=piena)
;      ndays : n. di giorni della simulazione
;
;
; OUTPUT:
;      Vphas : vettore dei giorni contenente la fase lunare
;      Vclou : vettore dei giorni contenente la copertura del cielo
;      Vskyb : vettore dei giorni contenente la brillantezza del cielo
;
; METODO:
;      Costruisco il vettore Vphas, contenente valori compresi tra 0 e 1
;      corrispondenti rispettivamente a luna nuova (scura) e piena,
;      con ciclo di 28 giorni, ottenendo cosi' la fase della luna
;      per ogni i-esimo giorno. Allo stesso modo, costruisco il vettore
;      Vclou, contenente valori compresi tra 0 e 1, corrispondenti
;      rispettivamente a cielo sereno(0) e cielo coperto (1). Seleziono,
;      poi, solo i giorni utili all'osservazione che abbiano copertura del
;      cielo minore di l_clo e fase lunare minore di l_moo. Faccio una
;      interpolazione della tabulazione sky_tab con la fase della luna nei
;      giorni prescelti e costruisco il vettore Vskyb, che conterra' la
;      brillantezza totale del cielo. Infine calcolo Vskyb nell'i-esimo giorno
;      utile, tenendo conto della copertura del cielo, della sua brillantezza
;      superficiale e della fase lunare.
;-

;      nuova                piena
;      moon_ph=[0.0 , 3./14., 0.5, 10./14., 1.00]

; sky_bkg: brillantezza V in mag/arcsec^2 del cielo relativa alla fase
;          della luna nella localita' del Toppo

;      sky_bkg=[20.8, 20.7, 20.4, 19.7, 19.0] ; Toppo (V)

; sky_bkg=[22.7, 24.4, 21.6, 20.7, 19.5] ; brillantezza B in mag/arcsec^2 a La Silla
; sky_bkg=[21.8, 21.7, 21.4, 20.7, 20.0] ; brillantezza V in mag/arcsec^2 a La Silla

```

```

nn=n_elements(moon_ph)

Vphas=fltarr(ndays)           ; vettore dei giorni

start = randomu(seed)*2*!PI    ; fase del primo giorno della serie

; i giorni successivi hanno la seguente funzione di distribuzione:
for i=0,ndays-1 do Vphas[i]=(1+sin(start+(i mod 28)/28.*2*!PI))/2.

Vclou=fltarr(ndays)
for i=0,ndays-1 do Vclou(i)=randomu(seed)

isel=where(Vclou LT 1_clo AND Vphas LT 1_moo, count)
print,'n. di giorni utili= ',count
; dove isel e' il giorno utile e count e' il numero totale di giorni utili.

Vskyb = fltarr(ndays)

For i=0,count-1 do begin
  for j=0,nn-2 do begin
    IF (Vphas[isel[i]] GE moon_ph[j]) AND (Vphas[isel[i]] LT moon_ph[j+1]) Then begin
      sky_now=(sky_bkg[j+1]-sky_bkg[j])/(moon_ph[j+1]-moon_ph[j])* $
        (Vphas[isel[i]]-moon_ph[j])+sky_bkg[j]
      GOTO, PUNT00
    ENDIF
  endfor

PUNT00:

m_base=sky_bkg[0]           ; brillantezza superficiale minima del solo cielo

alpha1      = alpha*Vclou[isel[i]]  ; contributo delle nuvole alla brillantezza del cielo
Delta_m     = m_base-sky_now
Vskyb[isel[i]]= m_base-2.5*alog10((1+alpha1)*10^(Delta_m/2.5)-alpha1)

; Se alpha1 = 0 -> Vskyb=sky_now, ossia si tiene conto solo della brill.
;                               del cielo dovuta alla fase lunare.
; Se Delta_m= 0 -> Vskyb=m_base, si tiene conto solo della brillantezza
;                               superficiale del cielo, sky_bkg[0]

EndFor
End

```


(5) Metropolis

```
; Funzione di distribuzione della luminosita' delle stelle
; in direzione della galassia M31, adottata da Snel

function FNW,x,m_min,m_max,alfa

  If x GE m_max OR x LE m_min Then Begin
    FCNx = 0.
  EndIf Else Begin
    FCNx = 10^(alfa*x)* alfa * ALOG(10.)/(10^(alfa*m_max)-10^(alfa*m_min))
  EndElse

  return,FCNx

END

pro metropolis,V_X,X_start,delta,m_min,m_max,alfa

;+
; NOME :
;      metropolis
;
; SCOPO:
;      Determinare un numero di stelle fisse la cui magnitudine sia
;      compresa tra mag_min e mag_max
;
; CALLING SEQUENCE:
;      metropolis,V_X,X_start,delta,m_min,m_max,alfa
;
; INPUT:
;      V_X      : vettore unidimensionale da riempire con valori
;                  provenienti da una predefinita funzione di distribuzione.
;      X_start  : punto di partenza
;      delta    : il valore del parametro delta in linea di principio puo'
;                  essere qualunque pero' una mappatura efficiente della
;                  funzione di distribuzione si ottiene se si pone
```

```

;          delta = 0.5 volte l'ampiezza della funzione di
;          distribuzione da mappare. Se e' molto piu' grande
;          la maggior parte dei trial steps verra' rigettata,
;          se e' troppo piccolo ci vuole molto tempo prima di
;          mappare le code della distribuzione.
;      m_min   : magnitudine minima (stella piu' brillante)
;      m_max   : magnitudine massima (stella piu' debole)
;      alfa    : pendenza della luminosity function delle stelle
;              (Snell 1998 da' circa 0.5)
;
; OUTPUT:
;      V_X     : vettore unidimensionale riempito con valori
;              provenienti da una funzione di distribuzione predefinita
;
; METODO:
;      Si costruisce un vettore unidimensionale di n elementi e
;      si stabilisce il punto di partenza dell'algoritmo di Metropolis.
;      La funzione di distribuzione della luminosita' delle stelle
;      usata in questo caso quella trovata da Snell, ponendo
;      alpha circa uguale a 0.5.
;-

V_dim=n_elements(V_X)

isel=0
V_X(isel)=X_start ; magnitudine di partenza

; inizio dell'algoritmo di Metropolis.
INIZIO:
For i   = 1L,1000000L do Begin
    X_tmp= V_X(isel)+delta*(2.*RANDOMU(seed)-1.)
    rrr   = FNW(X_tmp,m_min,m_max,alfa) / FNW(V_X(isel),m_min,m_max,alfa)
    eta   = RANDOMU(seed)

    If (eta LT rrr) Then Begin ; comprende anche il caso in cui rrr > 1
        isel   = isel+1
        If(isel GE V_dim) Then GoTo, FINE
        V_X(isel) = X_tmp
    EndIf
EndFor

If(isel LT V_dim) Then GoTo, INIZIO

```

FINE:

```
print,'METROPOLIS> ho prodotto un vettore V_X di', isel, ' elementi
```

END

(6) Aff_tra

```
pro aff_tra,im_out,im_inv,im_inp,xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy,Q,P,Q_inv,P_inv, $
    INTERP=interp,CUBIC=cubic,MISSING=missing,INVERT=invert

;+
; NOME:
;     aff_tra
;
; SCOPO:
;     applica una trasformazione affine ad un array
;
; CALLING SEQUENCE:
;     aff_tra,im_out,im_inv,im_inp,xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy,
;     Q,P,Q_inv,P_inv,INTERP=interp,CUBIC=cubic,
;     MISSING=missing,INVERT=invert
;
; INPUT:
;     im_inp : array al quale deve essere applicata la
;             trasformazione affine
;     xc,yc  : coordinate del centro di rotazione
;     theta  : angolo di rotazione in gradi,
;             THETA > 0 => counterclockwise rotation
;             THETA < 0 => clockwise rotation
;     sx     : termine di shear orizzontale
;     mx,my  : fattori di magnificazione nelle direzioni x e y
;     dx,dy  : traslazione in x e y
;
; KEYWORDS:
;     INTERP : questa keyword e' usata per l'interpolazione lineare,
;             se e' zero o omessa viene usata l'interpolazione con i
;             pixel piu' prossimi ad ogni pixel considerato.
;     CUBIC  : se e' specificata ed e' diversa da zero viene applicata
;             una "convoluzione cubica". Il range valido e' tra -1 e 0,
;             un valore piu' grande di 0 produce per default un valore
```

```

;           del parametro dell'interpolazione uguale a -1.
;           Park e Schowengerdt suggeriscono che un valore di -0.5
;           migliora le proprietà di ricostruzione dell'algoritmo.
;   MISSING : specifica il valore dei punti i cui x o y cadono al
;           di fuori dei limiti dell'array. Se missing non e'
;           specificato questo valore e' determinato
;           dall'interpolazione dei pixel piu' vicini.
;   INVERT  : se e' specificata la procedura applica la trasformazione
;           inversa, utilizzando i coefficienti polinomiali della
;           trasformazione inversa, all'array im_out. L'array al quale
;           e' applicata la trasformazione inversa dovrebbe riprodurre
;           l'array di partenza.
; OUTPUT:
;   Q,P      : arrays contenenti i coefficienti dei polinomi
;   Q_inv,P_inv: arrays contenenti i coefficienti dei polinomi
;               della trasformazione affine inversa
;   im_out   : immagine a cui e' stata applicata la
;               trasformazione affine
;   im_inv   : immagine a cui e' applicata la trasformazione inversa
;               e che quindi e' sovrapponibile all'immagine di input.
; PROCEDURE:
;   POLY_2D
;
; METODO:
;   All'immagine di input viene applicata una trasformazione
;   geometrica, che include traslazione, rotazione,
;   shear e magnificazione utilizzando una funzione polinomiale
;   i cui coefficienti sono calcolati a partire
;   dal seguente prodotto matriciale:  $X'=[TMSRC]X$ 
;   Successivamente, si inverte la trasformazione e si calcolano
;   i coefficienti della trasformazione inversa.
;   P_inv e Q_inv sono i vettori contenenti i coefficienti del polinomio
;   della trasformazione inversa, calcolati a partire dal seguente
;   prodotto matriciale:  $X=[C(-1)R(-1)S(-1)M(-1)T(-1)]X'$ 
;
; NOTE:
;   POLY_2D usa come parametri di input le coordinate
;   dell'immagine alla quale si applica la trasformazione
;   e come output le coordinate dell'immagine di partenza.
;   Questo perche' usando le coordinate dell'immagine di riferimento
;   come input, alcuni punti dell'immagine che si ottiene applicando
;   la trasformazione potrebbero non essere mappati, lasciando dei
;   "buchi". Per evitare questo conviene partire dalle coordinate
;   nell'immagine di arrivo, applicare la trasformazione inversa e

```

```

;      determinare per ogni punto considerato il punto corrispondente
;      nell'immagine di input.
;      LE COORDINATE DEI PUNTI NELL'IMMAGINE DI INPUT SONO DETERMINATE
;      A PARTIRE DALLE COORDINATE DEI PUNTI NELL'IMMAGINE DI OUTPUT
;      Il valore del punto considerato sara' quello del punto
;      corrispondente nell'immagine di input.
;      f(x_out,y_out)=g(x_inp,y_inp)=g(a(x_out,y_out),b(x_out,y_out))
;      Per ottenere quindi un'immagine alla quale e' stata applicata
;      la trasformazione affine, determinata dai parametri di input
;      (xc,yc,theta,sx,mx,my,dx,dy) usando POLY_2D
;      occorre usare i polinomi della trasformazione inversa.
;      Se si vuole, invece a partire dall'immagine trasformata,
;      l'immagine inversa occorre utilizzare i polinomi della
;      trasformazione diretta.
;-

;      Nella prima trasformazione X e' il vettore di input [x,y,1] e
;      X'=[x',y',1] e' il vettore di output C=[[1,0,-xc],[0,1,-yc],
;      [0,0,1]] la matrice del cambiamento di riferimento
;      R=[[cos(theta),-sin(theta),0],[sin(theta),cos(theta),0],[0,0,1]]
;      la matrice della rotazione di un angolo theta in senso antiorario
;      se theta e' positivo in senso orario se theta e' negativo;
;      S=[[1,sx,0],[0,1,0],[0,0,1]] lo shear orizzontale;
;      M=[[mx,0,0],[0,my,0],[0,0,1]] la magnificazione in x e y;
;      T=[[1,0,xc+dx],[0,1,yc+dy],[0,0,1]]
;      la matrice che fa tornare al vecchio sistema di riferimento
;      e che applica la traslazione dx, dy.

theta=theta/!radeg      ; trasformo theta da gradi in radianti

; P e Q sono i vettori contenenti i coefficienti polinomiali
P00=(xc+dx)-mx*cos(theta)*(xc+yc*sx)+mx*sin(theta)*(yc-xc*sx)
P10=mx*(sx*cos(theta)-sin(theta))
P01=mx*(cos(theta)+sin(theta)*sx)
P11=0
P=[P00,P10,P01,P11]
Q00=(yc+dy)-my*xc*sin(theta)-my*yc*cos(theta)
Q10=my*cos(theta)
Q01=my*sin(theta)
Q11=0

```

```
Q=[Q00,Q10,Q01,Q11]
```

```
; Nella trasformazione inversa X e' il vettore di output
; e X' il vettore di input
; C(-1) e' l'inversa della matrice C;
; R(-1) e' l'inversa della matrice R;
; S(-1) e' l'inversa della matrice S;
; M(-1) e' l'inversa della matrice M;
; T(-1) e' l'inversa della matrice T.
```

```
P00_inv=xc+cos(theta)*((-xc-dx)/mx+sx*(yc+dy)/my)-sin(theta)*((yc+dy)/my)
P10_inv=sin(theta)/my-sx*cos(theta)/my
P01_inv=cos(theta)/mx
P11_inv=0
P_inv=[P00_inv,P10_inv,P01_inv,P11_inv]
Q00_inv=yc-sin(theta)*((-xc-dx)/mx-sx*(-yc-dy)/my)+cos(theta)*((-yc-dy)/my)
Q10_inv=cos(theta)/my+sx*sin(theta)/my
Q01_inv=-sin(theta)/mx
Q11_inv=0
Q_inv=[Q00_inv,Q10_inv,Q01_inv,Q11_inv]
```

```
intp=0
if KEYWORD_SET(interp) then intp=1 ;bilinear
  if N_ELEMENTS(cubic) eq 0 then cubic = 0
  If N_ELEMENTS(missing) eq 0 then begin
    im_out=POLY_2D(im_inp,P_inv,Q_inv,intp,CUBIC=cubic)
  endif else begin
    im_out=POLY_2D(im_inp,P_inv,Q_inv,intp,CUBIC=cubic,MISSING=missing)
  Endelse
If N_ELEMENTS(invert) ne 0 then begin
  If N_ELEMENTS(missing) eq 0 then begin
    im_inv=POLY_2D(im_out,P,Q,intp,CUBIC=cubic)
  endif else begin
    im_inv=POLY_2D(im_out,P,Q,intp,CUBIC=cubic,MISSING=missing)
  Endelse
Endif

theta=theta!*radeg

END
```

(7) Sim_eventi

```
; Funzione di distribuzione del tempo di durata degli eventi
; in direzione della galassia M31, adottata da Nucita et al.

function FNWt,t,t_min,t_max,t_pf_norm

If t GE t_max OR t LE t_min Then Begin
    FCNt = 0.
EndIf Else Begin
    zz=(t-t_pf_norm[1])/t_pf_norm[2]
    FCNt = t_pf_norm[0]*exp(-zz^2/2.)+t_pf_norm[3]+t_pf_norm[4]*t+t_pf_norm[5]*t^2
EndElse

return,FCNt

END

; Funzione di distribuzione dell'amplificazione massima degli eventi
; in direzione della galassia M31, adottata da Nucita et al.

function FNWa,a,a_min,a_max,a_pf_norm

If a GE a_max OR a LE a_min Then Begin
    FCNa = 0.
EndIf Else Begin
    zz=(a-a_pf_norm[1])/a_pf_norm[2]
    FCNa = a_pf_norm[0]*exp(-zz^2/2.)+a_pf_norm[3]+a_pf_norm[4]*a+a_pf_norm[5]*a^2
EndElse

return,FCNa

END

pro sim_eventi,x0,y0,dimx,dimy,s_rate,nr,nc,t_eve,a_eve

;+
; NOME :
;      sim_eventi
;
; SCOPO:
;      Determinare la posizione, il tempo di durata e l'amplificazione di un
```

```

;      numero di eventi di microlensing in direzione di M31.
;
; CALLING SEQUENCE:
;      sim_eventi,x0,y0,dimx,dimy,s_rate,nr,nc,t_eve,a_eve
;
; INPUT:
;      x0,y0:
;          coordinate X,Y in pixels dell'origine dell'immagine
;          rispetto al centro di M31, supposto l'origine di un sistema
;          di coordinate cartesiane; quindi se x0 e y0 sono positivi
;          l'origine dell'immagine sara' nel primo quadrante;
;          se x0 e' negativa e y0 e' positiva allora l'origine si
;          trovera' nel secondo quadrante.
;      dimx,dimy: dimensione X,Y dell'immagine in pixels.
;      s_rate   : numero di eventi per 180 giorni per primo^2.
;                  E' una funzione della posizione da passare.
;      nr       : Numero di righe da leggere dal file contenente i dati
;      nc       : Numero di colonne da leggere dal file contenente i dati
;
;
; OUTPUT:
;      t_eve    : Vettore unidimensionale riempito con valori
;                  provenienti dalla funzione di distribuzione della durata
;      a_eve    : Vettore unidimensionale riempito con valori
;                  provenienti dalla funzione di distribuzione dell'amplificazione
;
; METODO:
;      Verifico in che zona della galassia M31 cade l'immagine che voglio simulare.
;      Calcolo il numero di eventi totale che devo aggiungere all'immagine.
;      Determino in maniera random le coordinate degli eventi.
;      Creo due vettore, t_eve e a_eve, contenenti i valori forniti dal Metropolis.
;
;-

; leggo i parametri da usare successivamente
dummy=''
openr,1,'parametri.tab'
For i=0,2 Do readf,1,dummy
readf,1,ndays           ; in unit\ 'a di giorni
ndays=ndays/180.        ; se le rate sono date per 180 giorni
For i=0,5 Do readf,1,dummy
readf,1,scala           ; arcsec/pix

```



```
close,1

; verifico in che zona della galassia di M31 mi trovo
y_dist=y0*scala/60.
V_dist=[0.,3.5,7.]          ;in primi
diff_dist=abs(y_dist-V_dist)
i_dist=where(diff_dist EQ min(diff_dist))
If i_dist[0] EQ 0 Then Begin
    file_t='montecarlo/t1all.ris'
    file_a='montecarlo/a1all.ris'
Endif

If i_dist[0] EQ 1 Then Begin
    file_t='montecarlo/t2all.ris'
    file_a='montecarlo/a1all.ris'
Endif

If i_dist[0] EQ 2 Then Begin
    file_t='montecarlo/t3all.ris'
    file_a='montecarlo/a3all.ris'
Endif

; richiamo la routine hist_montc per determinare i parametr del fit
hist_montc,file_t,'tempo',nr,nc,t_pf,t_pf_norm,t_int,t_min,t_max
hist_montc,file_a,'ampli',nr,nc,a_pf,a_pf_norm,a_int,a_min,a_max

; numero di eventi nell'immagine
dimx_primi=dimx*scala/60.
dimy_primi=dimy*scala/60.
n_eve=round((dimx_primi*dimy_primi)*s_rate*ndays)
print,'numero di eventi nell''immagine: ',n_eve

; calcolo in maniera random la posizione degli eventi
x_eve=randomu(seed,n_eve)*(dimx-1)
y_eve=randomu(seed,n_eve)*(dimy-1)

; parametri necessari al Metropolis per la durata
t_eve=fltarr(n_eve)
X_start=(randomu(seed)*((t_max-t_min)-1)+t_min)/2
isel=0
t_eve[isel]=X_start    ; punto di partenza del Metropolis
deltat=(t_max-t_min)/2.

; inizio dell'algoritmo di Metropolis.
```

```
INIZIO_t:
For i      = 1L,1000000L do Begin
    X_tmp= t_eve[isel]+deltat*(2.*RANDOMU(seed)-1.)
    rrr = FNWt(X_tmp,t_min,t_max,t_pf_norm) / FNWt(t_eve(isel),t_min,t_max,t_pf_norm)
    eta = RANDOMU(seed)

    If (eta LT rrr) Then Begin          ; comprende anche il caso in cui rrr > 1
        isel      = isel+1
    If(isel GE n_eve) Then GoTo, AMPLI
        t_eve[isel] = X_tmp
    EndIf
EndFor

If (isel LT n_eve) Then GoTo, INIZIO_t

AMPLI:

print,'METROPOLIS> ho prodotto un vettore t_eve di', isel, ' elementi

; parametri necessari al Metropolis per l'amplificazione massima
a_eve=fltarr(n_eve)
X_start=(randomu(seed)*((a_max-a_min)-1)+a_min)/2
isel=0
a_eve[isel]=X_start    ; punto di partenza del Metropolis
deltaa=(a_max-a_min)/2.

; inizio dell'algoritmo di Metropolis.
INIZIO_a:
For i      = 1L,1000000L do Begin
    X_tmp= a_eve[isel]+deltaa*(2.*RANDOMU(seed)-1.)
    rrr = FNWa(X_tmp,a_min,a_max,a_pf_norm) / FNWa(a_eve(isel),a_min,a_max,a_pf_norm)
    eta = RANDOMU(seed)

    If (eta LT rrr) Then Begin          ; comprende anche il caso in cui rrr > 1
        isel      = isel+1
    If(isel GE n_eve) Then GoTo, FINE
        a_eve[isel] = X_tmp
    EndIf
EndFor

If(isel LT n_eve) Then GoTo, INIZIO_a

FINE:
```

```
print,'METROPOLIS> ho prodotto un vettore a_eve di', isel, ' elementi

device,decomposed=0 & loadct,5
; faccio un istogramma di t_eve
window,xsize=800,ysize=500,/free
!p.multi=[0,2,1]
res=histogram(t_eve[sort(t_eve)],binsize=1)
nbin=n_elements(res)
xx=findgen(nbin)+min(t_eve)
plot,xx,res,psym=3,xtitle='durata',ytitle='Numero eventi',charsize=1.5,/nodata
oplot,xx,res,psym=10,color=100

; faccio un istogramma di a_eve
res=histogram(a_eve[sort(a_eve)],binsize=1)
nbin=n_elements(res)
xx=findgen(nbin)+min(a_eve)
plot,xx,res,psym=3,xtitle='amplificazione',ytitle='Numero eventi',charsize=1.5,/nodata
oplot,xx,res,psym=10,color=100
!p.multi=0
loadct,0

; calcolo i flussi da associare alle sorgenti lensate
mag_eve=randomu(seed,n_eve)*5.+21      ; e' la mag minima che corrisponde ad una mag.
                                         ; assoluta pari a -5
f_eve=10.^((25-mag_eve)/2.5)           ; flusso

; distribuiamo nel tempo delle osservazioni gli eventi; determiniamo
; in modo random il giorno relativo all'amplificazione massima
t0_eve=fix(randomu(seed,n_eve)*(ndays-1))

; ordino il vettore t0_eve
st0=sort(t0_eve)
x_eve=x_eve[st0]
y_eve=y_eve[st0]
a_eve=a_eve[st0]
t0_eve=t0_eve[st0]
t_eve=t_eve[st0]
f_eve=f_eve[st0]

; creo il file degli eventi
beta=0.1
f_I=10.
openw,1,'eventi.tab',/append
```

```

printf,1,'posizione, ampl., impact, tempo relativo all''ampl. max, durata, flusso sorg.(counts/s)V,I'
printf,1,'# attenzione : la procedura non usa il valore di f_I e di beta'
printf,1,'#      (questo viene invece determinato per consistenza con Amax).'
printf,1,'      x      y      Amax      beta      t_0      t_E      f_v      f_I'
For i=0,n_eve-1 Do printf,1,format='(2F10.2,3X,2F7.2,3X,I6,3X,3F7.2)', $
      x_eve[i],y_eve[i],a_eve[i],beta,t0_eve[i],t_eve[i],f_eve[i],f_I
close,1

END

```

(8) Hist_montc

```

pro hist_montc,file,str_at,nr,nc,par_fit,par_fit_norm,int,val_min,val_max

;+
; NOME :
;      hist_montc
;
; SCOPO:
;      Esegue un fit di dati sperimentali, ricavando anche la funzione
;      di distribuzione ad esso associata.
;
;
; CALLING SEQUENCE:
;      hist_montc,file,str_at,nr,nc,par_fit,par_fit_norm,int,val_min,val_max
;
; INPUT:
;      file      : file contenente i dati da fittare
;      str_at    : se viene settata con la parola 'tempo' restituisce la
;      funzione di distribuzione del numero di eventi in funzione
;      della durata; altrimenti restituisce la funzione di
;      distribuzione del numero di eventi in funzione
;      dell'amplificazione massima
;      nr       : numero di righe da leggere dal file contenente i dati
;      nc       : numero di colonne da leggere dal file contenente i dati
;
; OUTPUT:
;      par_fit   : parametri necessari a calcolare la funzione di distribuzione
;      par_fit_norm: parametri della funzione di distribuzione normalizzati
;      int      : valore dell'integrale della funzione di distribuzione

```

```

;      val_min : valore minimo dell'ascissa della funzione di distribuzione
;      val_max : valore massimo dell'ascissa della funzione di distribuzione
;
; NOTE :
;      Il programma utilizza la funzione GAUSSFIT che richiede il numero di
;      parametri necessari per fittare al meglio i dati. Questo numero
;      varia tra 3 (fit di una gaussiana) e 6 (fit di una gaussiana piu'
;      un termine lineare, piu' un termine quadratico).
;
; METODO:
;      Dopo aver letto da un file i dati, faccio un istogramma di questi,
;      per costruire una fnzione di distribuzione sia della durata che
;      dell'amplificazione massima dell'evento.
;      Successivamente fitto questo dati con una funzione di distribuzioni
;      di tipo ?????? e ne ricavo i parametri e il valore dell'integrale
;      della funzione stessa per normalizzarla.
;      Infine scrivo nel file 'eventi.tab' tali parametri.
;
;
;
;-

; numero di eventi in funzione della durata o dell'amplificazione
      n_eve=intarr(nr*nc)

; verifico se sto calcolando la fun.dist. del tempo o dell'amplificazione
      If str_at EQ 'tempo' Then titolo_x='Tempo (giorni)' Else $
          titolo_x='Amplificazione massima'

; leggo i dati da un file
      get_lun,lun
      Openr,lun,file
      For i=0,nr-1 Do Begin
          readf,lun,v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8,v9,v10
          n_eve[i*nc:(i+1)*nc-1]=[v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7,v8,v9,v10]
      Endfor
      Close,lun
      free_lun,lun

; cerco il valore minimo e massimo della funzione
      i_good=where(n_eve NE 0)
      val_min=i_good[0]
      val_max=nc*nr

```

```
n_good=val_max-val_min

; costruisco il vettore della durata e del numero di eventi
xx=findgen(n_good)+val_min
n_eve=n_eve[val_min:val_max-1]

loadct,5

; faccio un istogramma dei dati letti
window,/free
plot,xx,n_eve,psym=3,xtitle=titolo_x,ytitle='Numero eventi',charsize=1.5,/nodata
oplot,xx,n_eve,psym=10,color=100

; fitto i dati con una funzione di tipo gaussiana
read,'dammi il numero di parametri necessari per il fit ',nn
yfit=gaussfit(xx,n_eve,nterms=nn,par_fit)
oplot,xx,yfit,color=200

loadct,0

; se si vuol tagliare la coda del fit
yn_ans,'Vuoi tagliare la coda della distribuzione?',ans
If ans EQ 'Y' OR ans EQ 'S' Then Begin
    read,'Dammi il valore massimo della x ',val_max
    xx=xx[0:val_max-1]
    yfit=yfit[0:val_max-1]
EndIf

; calcolo l'integrale della funz. di dist. e la normalizzo
int=integral(xx,yfit)
par_fit_norm=[par_fit[0]/int,par_fit[1],par_fit[2],par_fit[3]/int,par_fit[4]/int,par_fit[5]/int]
zz=(xx-par_fit_norm[1])/par_fit_norm[2]
yfit_norm=par_fit_norm[0]*exp(-zz^2/2.)+par_fit_norm[3]+par_fit_norm[4]*xx+par_fit_norm[5]*xx^2

; scrivo i parametri relativi al fit del Numero di eventi in funzione della durata o del'amplif.
get_lun,lun
openw,lun,'eventi.tab',/append

If str_at EQ 'tempo' Then Begin
    printf,lun,'Parametri relativi al fit del Numero di eventi in funzione '
    printf,lun,'della durata (A0,A1,A2,A3,A4,A5)'
```

```
        printf,lun,format='(6F10.4)',par_fit_norm
    Endif Else Begin
        printf,lun,'Parametri relativi al fit del Numero di eventi in funzione '
        printf,lun,'della amplificazione massima (A0,A1,A2,A3,A4,A5)'
        printf,lun,format='(6F10.4)',par_fit_norm
    EndElse

    close,lun
    free_lun,lun
End
```

Bibliografia

- [1] Lebach, D.E., Corey, B.E., Shapiro, I.I., Ratner, M.I., and Webber, J.C., 1995, “*Measurement of the solar gravitational deflection of radio waves using very-long-baseline interferometry*”, Phys. Rev. D, 75, 1439.
- [2] Baillon et al., 1993; Ansari et al., 1996
- [3] Walsh, D., Carswell, R.F., Weymann, R.J., Nature, p. 279, 1979
- [4] Couch, W., Ellis, R., Science V.268, NO.5208/APR14, p. 199, 1995
- [5] Alcock, C. et al., ApJ v.471, p.774, 1995
- [6] Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 323, Issue 1, pp. 13-33.
- [7] Griest, K, ApJ v.366, p.412, 1991
- [8] Snell, R.C., Ass v.129, p.195, 1998
- [9] Gould, A., ApJ v.470, p.201, 1996
- [10] Paczynsky, B., ApJ, v.304, p.1, 1986
- [11] Han, C., ApJ v.472, p.108, 1996
- [12] Ciardullo, R., Tamblyn, P., Philips, A.C., PASP v.102, p.1113, 1990
- [13] Zamperoni, P., in *Metodi dell’elaborazione digitale di immagini*, ed. Masson, Milano, 1990
- [14] Allen, C.W., in *Astrophysical Quantities*, The Athlone Press, 1973
- [15] Koonin, S.E., Meredith, D.C., in *Computational Physics*, Addison-Wesley, 1990
- [16] Scalo, J.M., Fundamentals of Cosmic Physics, v.11, p.1, 1986
- [17] Kent, S., Astronomical Journal, v.94, p.306, 1987
- [18] Paczynsky, B., Annu. Rev. Astron. Astrophys., v.34, p.419, 1996

Ringraziamenti